UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS
UNIDADE UNIVERSITÁRIA CORA CORALINA
CURSO DE MATEMÁTICA

TANGRAM E GEOPLANO: AUXILIADORES DA APRENDIZAGEM GEOMÉTRICA

Letícia Pires de Carvalho

GOIÁS
2009

LETÍCIA PIRES DE CARVALHO

TANGRAM E GEOPLANO: AUXILIADORES DA APRENDIZAGEM GEOMÉTRICA

Monografia apresentada ao curso de Matemática: da Unidade Universitária Cora Coralina – UEG, como um dos requisitos para a obtenção do grau de Licenciatura Plena em Matemática.

Orientadora: Profª Esp. Kelen Michela Silva Alves

LETÍCIA PIRES DE CARVALHO

TANGRAM E GEOPLANO: AUXILIADORES DA APRENDIZAGEM GEOMÉTRICA

Monografia apresentada ao curso de Matemática: da Unidade Universitária Cora Coralina – UEG, como um dos requisitos para a obtenção do grau de Licenciatura Plena em Matemática.

Aprovada em ______/______/______.

____

Prof. Esp. Heloísio Mendes – UnUCC/UEG (Convidado)

____

Prof. Ms. Luciano Feliciano de Lima – UnUCC/UEG (Convidado)

____

Prof.Esp. Kelen Michela Silva Alves - UnUCC/UEG (Orientadora)

A meus pais, Francisco Pires de Carvalho e Margarida das Graças dos Santos Carvalho e a minha avó Ana do Carmo Santos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço inicialmente a Deus que jamais me deixou desistir do meu propósito inicial.

Aos meus familiares e em especial meus pais, Margarida e Francisco, que são minha base e motivo pelo qual caminhei até aqui.

Minha irmã Lidiane e meu cunhado Wilson que sempre me apoiaram nos momentos difíceis.

Aos meus amigos que concluem mais esta batalha comigo.

Ao meu namorado Adriano que esteve comigo nos bons e nos maus momentos dessa jornada.

Aos meus professores, em especial Kênia Calaça das Dores, que me auxiliou no início desse trabalho.

E a minha orientadora Kelen Michela Silva Alves que carinhosamente me guiou na realização deste.

Feliz aquele que transfere o que sabe e aprende o que ensina.

CORA CORALINA

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo apresentar os fatores que levaram o ensino da geometria a ficar restrito ao segundo plano durante um longo período, assim como mostrar as iniciativas de estudiosos em transformar o ensino da mesma em uma prática consciente e compreensiva, dentre eles destacamos o casal Van Hiele e sua Teoria de desenvolvimento do pensamento geométrico. No decorrer da pesquisa ressaltamos a importância da utilização de metodologias diferenciadas, especificamente os Materiais Manipuláveis empregados no ensino de geometria plana. Dentre as várias ramificações de Materiais Manipuláveis, utilizamos o Tangram original e o Geoplano cinco por cinco como suporte no estudo de área e perímetro de figuras geométricas planas, mostramos que estes materiais devem ser empregados com bases em um planejamento adequado, no qual deverão especificar os objetivos da implementação do Material Manipulável em um determinado conteúdo, apresentamos ainda algumas de suas potencialidades como: permitir que os alunos criem hipóteses, questionamentos, testem soluções, reflitam sobre as variadas formas de resolução. Concluímos nossa pesquisa com a aplicação e análise desses materiais, e com a certeza que investir em metodologias que ajudem os alunos a construírem uma aprendizagem compreensível, é sem dúvida um bom caminho para conquistarmos uma educação mais enriquecedora sobre todos os aspectos.

Palavras-Chave: Geometria, Materiais Manipuláveis, construção do conhecimento.

ABSTRACT

This paper aims to present the factors that led to the teaching of geometry to be constrained to the background over a long period, and show initiative of scholars to transform the teaching of it on a conscious practice and understanding, among which we highlight the couple Van Hiele theory and its development of geometrical thinking. Throughout the research emphasize the importance of using different methodologies, specifically the welding materials used in teaching geometry. Among the various branches of welding materials, we used the original Tangram and the Geoplan five to five to support the study of area and perimeter of geometrical plane, we show that these materials should be used with bases in proper planning, which should specify the goals implementation of welding materials in a particular content, it presents some of its potential as allowing students to create hypotheses, questions, test solutions, reflect on the many ways of resolution. We conclude our research with the implementation and review these materials, and with the certainty to invest in methodologies that help students build learning understandable, it is certainly a good way to conquer a more enriching education on all aspects.

Keywords: Geometry, welding materials, construction of knowledge.

LISTA DE FIGURAS E QUADROS

LISTA DE ABREVIAÇÕES

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O ensino da matemática vem ao longo dos anos desenvolvendo-se consideravelmente em todas as suas ramificações. Propostas pedagógicas e metodologias diferenciadas vêm buscando aproximar cada vez mais a matemática escolar com a realidade dos alunos, desenvolvendo alternativas que auxiliem a sua aprendizagem, levando-a a se tornar uma disciplina atrativa e acima de tudo compreensível.

Apesar desse avanço, a matemática ainda é considerada uma disciplina complexa e para poucos. Buscando diminuir a lacuna existente entre o ensino da matemática, em específico o de geometria e sua compreensão, desenvolvemos este trabalho de pesquisa, onde utilizamos dois Materiais Manipuláveis: o Tangram e o Geoplano, como auxiliares da aprendizagem geométrica de área e perímetro de figuras planas.

Relatamos em nosso trabalho um pouco sobre a origem da geometria, e sua evolução; a influência gerada por grandes estudiosos da época como: Edward Lee Thorndike, John Perry, Felix Klein, e suas contribuições para um novo olhar perante a matemática, que culminou no primeiro Movimento Internacional realizado por vários países, com o objetivo de Modernizar o ensino da Educação Matemática em escala mundial.

Enfocamos ainda sobre os motivos que desencadearam o Movimento da Matemática Moderna, suas conseqüências para a matemática atual, e o desenvolvimento de uma prática educativa diferenciada, voltada para as manipulações, experimentações e reflexões, onde o professor passa a desenvolver em papel de um auxiliador da aprendizagem e não um impositor.

Tomamos como suporte, o estudo da Teoria do pensamento geométrico do casal Pierre Van Hiele e Dina Van Hiele-Geoldof, mostramos neste capítulo o que levaram os Van Hieles a desenvolverem a Teoria, em que estudioso se basearam, e quais as vantagens da utilização da mesma para o avanço do pensamento em geometria.

No quinto capítulo, discorremos sobre os Materiais Manipuláveis que aplicamos no sétimo ano A da Escola Estadual Lyceu de Goyaz, seu surgimento, ramificações e potencialidades, reafirmamos a importância do planejamento adequado para o sucesso de uma metodologia, mostrando que o objetivo da utilização de Materiais Manipuláveis é auxiliar os alunos a serem construtores do próprio conhecimento.

Finalizamos nosso trabalho com a exposição das atividades elaboradas para ajudarem os alunos a conquistarem o segundo nível do pensamento geométrico de Van Hiele (análise), relatamos ainda nossas reflexões e considerações a respeito da aplicação.

Esperamos que nosso trabalho possa contribuir para a inclusão de metodologias nas aulas de matemática que auxiliem a transformar o ensino de geometria plana em uma aprendizagem compreensiva.

2 REFLEXÕES SOBRE A MATEMÁTICA

A matemática é uma disciplina extremamente importante para o desenvolvimento da sociedade, por meio de seu estudo e aplicação tornamos mais participativos e conscientes a respeito de questões da vida diária. Seu estudo auxilia o homem em ações muito freqüentes a todos como, contar, medir, analisar, determinar o desconto em um produto, a distância de um percurso em um determinado tempo, há questões de maior complexidade como construções de edifícios, embarcações, aeronaves, sistemas computacionais.

Apesar de saber que a matemática é uma disciplina importante, esta é vista por muitos alunos como uma matéria desmotivadora e desinteressante. Essa visão errônea em relação à matemática surge principalmente porque muitos alunos não conseguem relacionar os conteúdos, em especial os referentes à geometria, com a sua realidade. Essa falta de significado dos conteúdos acaba promovendo repúdio em relação à disciplina, uma vez que aquilo que não apresenta significado, raramente irá despertar interesse a ser estudado.

Sabendo que atividades de experimentação contribuem para diminuir a distância entre a geometria e seu entendimento, apresentar metodologias nas aulas de geometria que auxiliem os alunos na compreensão do objeto a ser estudado é de fundamental importância para construirmos um ensino mais compreensível, como afirma Lorenzato (2006) ”A experimentação facilita que o aluno levante hipóteses, procure alternativas, tome novos caminhos, tire dúvidas e constate o que é verdadeiro, válido, correto ou solução”. Na busca por uma aprendizagem mais acessível é que se faz necessário apoiar o uso consciente da experimentação ou manipulação na sala de aula.

A esse respeito Lorenzato ainda complementa:

> Experimentar é valorizar o processo de construção do saber em vez do resultado dele, pois, na formação do aluno, mais importante que experimentar é investigar. A experimentação é o melhor modo para se conseguir a aprendizagem com significado, uma vez que ela realça o “porquê”, a explicação e, assim, valoriza a compreensão. (2006, p.72)

Estudos realizados e descritos em livros afirmam que apesar dos recursos didáticos já existirem no Brasil desde o início da década de 70, eles são poucos difundidos nas escolas, devido à falta de preparo e a concepção que muitos professores possuem a respeito de como ensinar matemática. Borba e Penteado (2005) enfatizam que muitos professores acreditam que sair da zona de conforto em que ele tem o controle da situação e passar para uma zona de risco em que situações inesperadas podem acontecer no decorrer de certa atividade não vale à pena, nem poderá facilitar a compreensão de seus alunos.

Este "descaso" ou insegurança de muitos professores a respeito de como ensinar geometria, acaba causando problemas sérios no processo de desenvolvimento da aprendizagem de seus alunos, que estão acostumados a apenas memorizar o conteúdo até a próxima avaliação e em seguida "esquecê-los" para conseguir decorar o próximo, fazendo assim com que o aluno não construa internamente o conhecimento que se esperava.

Lorenzato em seu livro Para Aprender Matemática (2005, p. 127) ressalta a importância do professor no processo de ensino aprendizagem, para ele "A falta de reflexão do professor sobre a sua prática pedagógica pode garantir a repetição de um ensino destituído de significado para os alunos", complementa dizendo que "se o professor refletir sobre suas aulas e se mantiver atualizado, certamente já terá uma boa postura profissional" e conseqüentemente contribuirá para o desenvolvimento de uma aprendizagem mais compreensível.

Na tentativa de aproximar o aluno da aprendizagem, foram desenvolvidos diversos Materiais Manipuláveis com finalidades específicas, muitos com alto grau de reaproveitamento em vários conteúdos, o que permitem a sua utilização em diversos momentos. É necessário ressaltar que o sucesso de um Material Manipulável depende principalmente da postura do professor e da sua visão de educação, este deve ter consciência da finalidade e importância que a aplicação destes materiais manipulativos poderá promover em suas aulas.

No decorrer do nosso trabalho ressaltaremos que aplicação de um Material Manipulável sem um planejamento adequado ou simplesmente por ser considerado atrativo para os alunos não contribui em nada para a aprendizagem, pelo contrário, pode distanciar os alunos da compreensão dos conceitos matemáticos, e provocar como afirma Pais (2008) uma inversão didática quanto a sua finalidade inicial. "Isto ocorre quando o material passa a ser utilizado com uma finalidade em si mesmo em vez de ser visto como um instrumento para a aquisição de um conhecimento específico". Desta maneira a manipulação não deve estar separada da racionalidade e da reflexão a respeito do objeto em estudo uma vez que nenhum material por si só é importante.

É necessário encontrar metodologias que contribuam para o desenvolvimento de uma educação significativa, na qual os alunos desenvolvam ações físicas e mentais, criem questionamentos, levantem hipóteses e reflexões a respeito de conceitos até então vistos como verdades absolutas. Assim cabe a seguinte pergunta. “Como o emprego de Materiais Manipuláveis nas aulas de geometria pode ser uma alternativa para facilitar a relação existente entre alunos, professores e conhecimento durante o processo de ensino e aprendizagem?”.

Buscando responder a este questionamento, basearemos nos estudos que o casal, Pierre Van Hiele e sua esposa Dina Van Hiele-Geoldof, desenvolveu observando seus alunos. Essa teoria conhecida como Teoria de Van Heile dos cinco níveis do desenvolvimento do pensamento geométrico. Analisaremos a importância do uso de Materiais Manipuláveis para a compreensão dos conceitos geométricos como forma de objeto de estudo, e se a sua utilização irá contribuir para a construção de uma aprendizagem significativa dos mesmos.

Ao aplicar dois Materiais Manipuláveis (O Tangram e o Geoplano) analisaremos se estes recursos serão auxiliadores no processo de ensino e aprendizagem, e se contribuirão para:

- Promover uma análise crítica sobre a importância dos Materiais Manipuláveis (M.M.) no ensino da geometria plana;
- Criar momentos de discussões e reflexões, instigando os alunos a uma visão investigadora;
- Verificar a ligação existente entre os Materiais Manipuláveis e o ensino da geometria;
- Desenvolver o estudo da geometria plana por meio de manipulações;
- Utilizar o Geoplano e o Tangram, como objeto de estudo de conceitos geométricos.

Sabemos que a aplicação de Materiais Manipuláveis não significa solução da deficiência escolar, mas ensinar geometria com o apoio desses materiais de manipulação possibilita aos alunos visualizações antes “imperceptíveis” no quadro e giz , e principalmente se bem explorados poderão instigá-los a serem alunos ativos na construção de seu conhecimento passando a refletir, criar hipóteses e soluções, visualizações, questionamentos, antes apenas aceitas como verdades absolutas impostas pelo professor.

Esperamos que o aluno com a assistência do professor consiga diminuir a lacuna existente entre a geometria e sua compreensão, uma vez que ela é uma disciplina que auxilia o aluno em questões do cotidiano, contribuindo na formação do raciocínio lógico e do pensamento crítico, essenciais para a vida em sociedade.

Esperamos que a aprendizagem do aluno seja mais significativa com a utilização de Matérias Manipuláveis, pois se empregados corretamente permitem que os mesmos extraiam com mais facilidade significados da linguagem matemática formal, logo na tentativa de aproximar a aprendizagem da compreensão é que se faz necessário a inserção desses recursos nas escolas.

3 GEOMETRIA: RELATOS HISTÓRICOS

A geometria, considerada a mais antiga das atividades matemáticas, é uma ciência que se manifestou inicialmente devido a necessidades e interesses humanos. A palavra geometria derivada de duas palavras gregas (geo = terra + metria = medida,) significa medida de terra. Esta definição em relação ao conceito de geometria aos poucos foi sendo substituído, devido a estudos voltados para as formas do espaço, como as figuras geométricas e suas constituições.

Os primeiros manifestos da geometria são atribuídos a antigas civilizações, destacaremos entre elas os Babilônios (Civilizações antigas da Mesopotâmia) e os Egípcios por terem sido os povos que apresentaram estudos de maior relevância em relação a conhecimentos geométricos desenvolvidos há séculos atrás.

Uma característica interessante dessas civilizações é a sua localização, geralmente nas proximidades de grandes rios em específico o Rio Tigre, Eufrates e Nilo, cujas margens eram aproveitadas para o cultivo da agricultura.

Grande parte de seus conhecimentos geométricos surgiram de necessidades diárias, como por exemplo, o problema de fronteira e demarcação de territórios em virtude das cheias do rio Nilo; o cálculo da distância de uma margem a outra de um rio, que devido a problemas como profundidade, extensão, e instrumentos de medidas rudimentares, não permitiam a realização dos cálculos com exatidão, entre outros.

Os Babilônios e Egípcios foram responsáveis por muitos conhecimentos geométricos existentes atualmente, dentre eles o cálculo da área de figuras simples; o volume de sólidos geométricos. Os Egípcios conseguiram uma boa aproximação do valor atual de π; os Mesopotâmios foram os responsáveis pelo desenvolvimento de vários algoritmos, dentre eles o utilizado para a extração da raiz quadrada e já apresentavam indícios das bases do Teorema de Pitágoras.

Diante das descobertas dos Babilônios, pode-se observar que:

> ...é importante notar que não era tanto o contexto geométrico que interessava aos Babilônios quanto as aproximações numéricas que usavam na mensuração. A geometria para eles não eram uma disciplina matemática no nosso sentido, mas uma espécie de álgebra aplicada em que números são ligados a figuras. (BOYER, 1996, p.26).

Entre os povos Egípcios percebemos que:

> [...] a geometria egípcia, outrora louvada aparece na verdade mais como um ramo da aritmética aplicada. Onde entram relações de congruência elementares, o motivo aparentemente é o de fornecer artifícios de mensuração e não o de conseguir melhor compreensão. (BOYER, 1996, p.14).

Apesar das grandes contribuições realizadas pelos Egípcios e os Babilônios referente ao desenvolvimento do pensamento geométrico e algébrico, vários estudiosos, como Conte afirma que:

> Não se sabe se os resultados egípcios e assírios eram sempre obtidos independentemente, mas de qualquer forma esses últimos foram decididamente maiores que os primeiros, tanto em geometria quanto em álgebra. (BOYER, 1996, p.27).

Como se pode observar as bases da geometria surgiram principalmente de necessidades humanas, e com o passar dos anos se tornou de todas as ramificações matemáticas a que mais se faz presente em nosso dia-a-dia, sua presença é notável em construções realizadas pelo homem como prédios, navios, esculturas, jóias, e em construções naturais como lagos, árvores, montanhas.

Apesar de a geometria contribuir expressivamente para o desenvolvimento do raciocínio lógico, para uma melhor apreensão dos outros ramos da matemática, uma vez que "A Geometria pode esclarecer situações abstratas, facilitando a comunicação das idéias matemáticas" (Lorenzato, 1996, p.6), esta só passou a ser considerada uma ciência de "valor" séculos mais tarde.

Podemos considerar como fatores relevantes por despertar o interesse a uma série de reflexões a respeito do verdadeiro significado da educação matemática, inicialmente uma análise a respeito da influência ocasionada pelos Elementos de Euclides que durante muitos anos renegou profundas inovações a geometria levando-a a ser por muito tempo considerada uma área da matemática abstrata e pelo período posterior aos movimentos de inovação matemática que culminaria no Movimento da Matemática Moderna.

> Desde as últimas décadas do século XIX começou a se manifestar em diferentes países uma preocupação em modernizar o ensino de Matemática desenvolvido nas escolas secundárias, especialmente por meio da introdução de novos conteúdos. Essa preocupação se originou pela percepção de que a matemática ministrada nesse nível

> de ensino estava em descompasso com as exigências impostas pelo novo contexto sócio-político-econômico, com o desenvolvimento da matemática e das ciências ocorrido nos últimos séculos e com a estudada nas Universidades. (MIORIM, 1998, p. 59,60)

O interesse de muitos países em desenvolver se tecnologicamente ocasionou profundas transformações no ensino, em especial o da matemática. Houve então a necessidade da criação de novas escolas para atender as várias camadas da população, e para atualizar o ensino com as novas propostas ocasionadas por esse desenvolvimento, com diferentes classes sociais compartilhando o mesmo ambiente escolar, estudiosos e professores perceberam que deveriam modernizar o currículo, principalmente o das escolas secundárias.

Começou então a discussão entre os defensores da escola clássica, os anciens, e os defensores da implantação de novas disciplinas, os moderns, a respeito de quais conteúdos deveriam ser introduzidos nos cursos secundários.

As modificações no ensino secundário ocorreram de forma lenta e diferenciada em cada país, o que provocou uma série de questionamentos sobre a importância do ensino da matemática que apresentava até então pouca aplicabilidade com o cotidiano.

O psicólogo Edward Lee Thorndike provocou uma série de questionamentos e reflexões sobre o valor das atividades mentais na matemática, ao questionar o que de fato conseguimos relacionar e transferir dos saberes matemáticos para as outras áreas do conhecimento.

As idéias de Thondike contribuíram para uma renovação do ensino da matemática não só no ensino secundário, mas também nas Universidades que passaram a contar com matérias práticas e teóricas, essas inovações permitiram também uma reestruturação nos livros didáticos**,** que começaram a ser elaborados por vários professores da própria Universidade e distribuídos para vários países.

Essa preocupação com o ensino da matemática provocou o desenvolvimento de teorias pedagógicas e sociológicas que serviram de base para o desenvolvimento do Movimento da Escola Ativa ocorrida inicialmente na Europa e nos Estados Unidos, entre o final do século XIX e início do século XX. Na Europa, foi defendido, entre outros, por Edouard Claparède (1873-1940) e Maria Montessori (1870-1952). Nos Estados Unidos John Dewey (1859-1952) e William Kilpatrick (1871-1965) foram seus principais advogados.

Com a criação dos sistemas escolares nacionais, as discussões sobre a verdadeira prática do ensino da matemática e sobre a importância da boa formação dos professores passaram a ser estudadas em Conferências.

Num primeiro momento essas discussões não foram muito proveitosas devido à grande diferenciação existente entre o Ensino Secundário e Universitário. Apesar deste distanciamento

> Desde os finais do século XIX, começaram a surgir em diferentes países movimentos de renovação do Ensino da Matemática nas escolas secundárias, Algumas vezes dentro de propostas mais amplas de mudança dos vários níveis educacionais, exigidas, especialmente, pelo crescimento da indústria, pelos avanços científicos e tecnológicos e pela ampliação da oferta de ensino. (MIORIM, 1998, p.61)

Devido a essa falta de compatibilidade, cada país desenvolveu um Plano de Ensino específico, com suas necessidades e interesses. Dentre os pesquisadores que influenciaram significativamente a reestruturação da matemática antiga para a Moderna Matemática destaca-se o Inglês John Perry.

Perry percebendo a dificuldade enfrentada por crianças e mesmo por Universitários, em compreender a matemática, passou a defender a experimentação como uma aliada para diminuir as lacunas encontradas durante o processo de ensino e aprendizagem.

As propostas de Perry conquistaram inúmeros adeptos em várias partes do mundo, contribuindo de maneira decisiva para a renovação do ensino da matemática.

> O "movimento de Perry", entretanto não influenciou apenas as discussões sobre as mudanças do ensino da Matemática ocorridas na Inglaterra. Ele esteve presente na Europa, onde foi chamado de "Perryísmo" e, também nos Estados Unidos onde ficou conhecido como "Método de Laboratório". (MIORIM, 1998, p. 63)

Outro matemático que se destacou com sua proposta educativa foi Felix Klein, ele propôs um novo olhar a Geometria, destacando-a como o estudo das propriedades das figuras que não se modificam quando são sujeitas a transformações (contrariando as idéias de Euclides) e contribuiu de forma significativa para o estudo que temos hoje a respeito da teoria dos conjuntos.

As idéias de Felix Klein foram decisivas para o rompimento da elitização do ensino, ocasionando mudanças na percepção da matemática para os vários segmentos educacionais como alunos, professores, cientistas e comunidade.

> A proposta de Klein representaria o rompimento definitivo entre uma formação geral e uma prática, entre a tradição culta e a artesanal, entre o desenvolvimento do raciocínio em oposição ao desenvolvimento das atividades práticas, no ensino da matemática. (MIORIM, 1998, p. 71)

Esse novo olhar para a Matemática resultou em estudos mais elevados a respeito da disciplina, novos temas começaram a ser debatidos em Congressos Internacionais. A partir desses Congressos as dificuldades enfrentadas em cada país com respeito ao ensino da Matemática, passaram a ser discutidas e analisadas em conjunto.

> Os Congressos Internacionais de Matemática ao possibilitarem o acesso a matemática de diferentes países aos últimos estudos desenvolvidos pela área e ampliarem as oportunidades de reflexão conjunta sobre estes e futuros estudos estavam, juntamente com as revistas especializadas e as associações nacionais, respondendo à última preocupação apresentada por Klein. Alem disso, foi nesses Congressos que as preocupações com o ensino da Matemática - que acabariam culminando com o nascimento de um movimento internacional para a modernização- começaram a se manifestar. (MIORIM, 1998, p. 72)

Devido ao elevado grau de questionamentos, insatisfações e inúmeras propostas pedagógicas apresentadas por cada país membro nos Congressos, houve a necessidade de desenvolver uma comissão internacional de debate, que ficou conhecida com Comission Internationale de L`Enseignement Mathématique (ICMI). Essa Comissão contribuiu dentre outras mudanças para o desenvolvimento de uma nova visão para as teorias pedagógicas atribuídas ao ensino da Matemática.

As inovações conquistadas até então a respeito da Educação Matemática, foi considerado como o Primeiro Movimento Internacional realizado por vários países, com a intenção de Modernizar o ensino da Educação Matemática em nível mundial.

A Primeira Guerra Mundial provocou uma diminuição nas discussões a respeito da educação Matemática, que voltaram a ser tema de destaque nos Congressos após seu término. Assim podemos entender que:

> Apesar de os princípios orientadores do movimento modernizador não terem sido aplicados de uma forma unificada e com a mesma velocidade nos diferentes países, eles acabaram alterando significativamente a fisionomia do ensino de Matemática e oferecendo elementos fundamentais para as futuras discussões. (MIORIM, 1998, p. 79)

Estudiosos da área ao perceberem que as grandes idéias e promessas apresentadas nos Congressos na prática resultaram em poucas mudanças, começaram então a discutir a necessidade de novas transformações no ensino de Matemática. Contribuíram para a renovação no ensino, a percepção principalmente dos Estados Unidos durante a Segunda Guerra Mundial, da defasagem de seus soldados, muitos recém formados no ensino médio, e no seu atraso tecnológico com relação a outros países, em especial a Rússia.

Compreendendo a necessidade de modificar o ensino da matemática em especial o médio, colocando-o como uma prática mais moderna e renovadora, e também almejando elevar o desenvolvimento tecnológico entre seus países membros, em 1959 a Organização Européia de Cooperação Econômica (OECE), organizou a Conferência Internacional de Royoumont, na qual foram estabelecidas as idéias principais do Movimento da Matemática Moderna, (MMM).

A necessidade de se refletir mais sobre os novos estudos e teorias desenvolvidos, principalmente referentes à Astronomia e a Mecânica do século XVII e XVIII, fez com que a matemática se ramificasse em duas áreas, Matemática Pura e Aplicada. Essa nova matemática como afirma Miorim (1.998, p.110) "apresentava alto nível de generalidade, elevado grau de abstração e maior rigor lógico".

A Matemática Moderna desenvolveu-se por meio de três áreas distintas, que segundo Miorim são:

> 1-As extensões da noção de número e o aparecimento da álgebra "abstrata";
>
> 2- O nascimento das geometrias não euclidianas de Gauss, Lobatchevsk e Bolyai, segundo mais tarde pelas axiomatizações da geometria de Euclides realizadas por Pasch, Peano e, sobretudo Hilbert (1899);
>
> 3- O desenvolvimento da lógica, com a publicação da famosa obra de Boole em 1.954 e as contribuições dentre outros, de Frege e Peano, para Culminar no monumental tratado de Russel e Whitehead. (1.998, p.110)

O Movimento da Matemática Moderna foi baseado também nos trabalhos do Grupo Bourbaki e nos estudos psicológicos de Jean Piaget. Os frutos desse movimento puderam ser percebidos em praticamente todo o mundo, só excluindo a Itália e os países que possuíam alguma ligação com a União Soviética.

A partir da década de 50, o Brasil passa a dar mais atenção às dificuldades do Ensino de Matemática, criando em 1955 em Salvador o Primeiro Congresso Nacional, no qual era notória a influência ainda que modesta das idéias do Movimento da Matemática Moderna e dos estudos de Felix Klein.

O resultado final deste Congresso foi a participação de professores e cientista na elaboração de um programa analítico de ensino. A partir daí, cada novo Congresso contava com a participação de mais profissionais e estados, o que resultou na criação de novos Fóruns Nacionais, Congressos e Associações de debate sobre a Educação Matemática.

Em 1961, surgi no Brasil o Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM), organizado dentre outros estudiosos por Osvaldo Sangiorgi que participou de Congressos nos Estados Unidos durante o Movimento da Matemática Moderna. Ele percebendo a necessidade de reestruturar o ensino de Matemática no Brasil, juntamente com o grupo GEEM que contava com o apoio do MEC e da secretaria do estado incentivaram professores de inúmeros estados a desenvolverem uma renovação no estudo vigente, que resultaria na implantação no Movimento da Matemática Moderna Brasileiro.

O interesse pela introdução do MMM no Brasil pode ser percebido nos Congressos seguintes, que contavam pela primeira vez com representantes de outras nacionalidades. Com esse novo foco de ensino, a partir da década de 60 foram criados novos livros didáticos contemplando as idéias neoliberais.

O que se observava no país, era um elevado número de publicações e discussões nunca visto, diversos estudiosos queriam contribuir para a renovação e organização do ensino da Matemática brasileira.

> A organização da Matemática baseava-se na teoria dos conjuntos, nas estruturas matemáticas e na lógica matemática. Esses três elementos foram responsáveis pela “unificação” dos campos matemáticos, um dos maiores objetivos do movimento. Para isso, enfatizou-se o uso de uma linguagem matemática precisa e de justificações matemáticas rigorosas. Os alunos não precisariam “saber fazer”, mas sim, “saber justificar” por que faziam. (MIORIM, 1998, p.114).

Após esse alvoroço inicial, pode-se perceber que o elevado rigor apresentado nas escolas não resultou no desenvolvimento esperado, as novas idéias educacionais de renovação pouco contribuíram para a compreensão matemática. O principal motivo do “fracasso” do movimento foi à exagerada axiomatização dos conteúdos ministrados, e sua falta de relação com a vida cotidiana dos alunos.

A década de 70 foi marcada por críticas severas aos modernistas em todo o mundo. Apesar de todos os problemas apresentados, as modificações após o Movimento da Matemática Moderna ocorreram de forma lenta, podendo ainda ser percebido resquícios desse movimento em pleno século XXI em inúmeras instituições de ensino.

Um dos aspectos negativos do MMM foi o pouco valor dado a geometria, ao se preocuparem basicamente com a teoria dos conjuntos, as propriedades estruturais dos conjuntos e funções, o estudo de geometria ficou em segundo plano.

Este desinteresse pela geometria resultou em uma geração despreparada para ensiná-la nas escolas, pois como afirma Lorenzato (1995, p.4) “A geração que não estudou geometria não sabe como ensiná-la”. Estes profissionais por não apresentarem domínio do conteúdo ou por não valorizar o seu uso promovem consequentemente em seus alunos “repúdio” desmotivação e desinteresse em aprender esta ciência tão importante para a vida social.

Lorenzato ainda complementa:

> Sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outra áreas do conhecimento humano. Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das idéias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida. (1995, p.5)

Confirmando a exposição de Lorenzato, podemos destacar a opinião de Estela Kaufman Fainguelermt em relação à importância do estudo de geometria:

> O estudo da Geometria é de fundamental importância para se desenvolver o pensamento espacial e o raciocínio ativado pela visualização, necessitamos recorrer a intuição, a percepção e à representação, que são habilidades essenciais para a leitura do mundo e para que a visão da matemática não fique distorcida.(1999,p.53)

Logo é necessário criar condições favoráveis para o desenvolvimento de uma geometria significativa, que não fique restrita a aplicações de fórmulas e em exercícios moldados sem nenhuma ligação com a realidade do aluno.

Dentre as várias metodologias disponíveis, a utilização de recursos didáticos é uma excelente alternativa para diminuir a lacuna existente entre o estudo da geometria e sua compreensão.

É importante ressaltar que estes recursos tiveram origem a partir do desenvolvimento das sociedades, e que grandes estudiosos contribuíram para o seu desenvolvimento, como Sócrates e Platão seu seguidor; Jean Amos Komensky (Comenius) dentre outros estudiosos.

Comenius almejava uma renovação a educação "católica", e propunha que a escola fosse um ambiente que relacionasse teoria e prática. Ele defendia que a educação deveria acontecer por meio da manipulação e do lúdico, ou seja, deveriam partir do concreto para se chegar ao abstrato.

Na mesma linha de Comenius, muitos educadores passaram a estudar uma nova concepção para a educação. Rosseau passou a defender uma prática educacional que levaria em conta os fatores psicológicos e biológicos dos alunos e inspirados nessa perspectiva Pestalozzi e Froebel foram uns dos precursores da "Escola Ativa", ou Escola Nova, esta escola deveria se apoiar nas atividades diárias dos alunos, como canto, dança, desenho, pintura e relacionar estas atividades com a prática educativa.

A Escola Nova contrapunha o ensino tradicional, que foi extremamente utilizado até o século XVI e ainda se faz presente na maioria das escolas. Neste modelo educacional acreditava-se que as crianças tinham a mesma capacidade mental dos adultos, apenas menos desenvolvida. Assim a prática educativa era baseada na memorização de regras e conceitos onde as experiências de vida dos alunos não eram consideradas. Os professores eram encarregados de moldarem os alunos e a utilização de recursos didáticos como os Materiais Manipuláveis (MM) ou jogos eram praticamente inexistentes, quando utilizados serviam apenas para auxiliar a memorização e a visualização.

O surgimento do movimento da Escola Nova contribuiu para que a psicologia passasse a se desenvolver consideravelmente e iniciasse uma série de discussões a respeito da educação, o resultado dessas discussões foi à criação de Teorias Pedagógicas que apoiavam o uso de novos Materiais Didáticos nas salas de aula. Segundo Lorenzato "Material Didático

(MD) é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprensizagem". Assim o MD pode ser desde instrumentos simples como um lápis ou um giz a instrumentos mais sofisticados como microscópios e computadores.

A partir do Renascimento passou-se a refletir mais sobre os recursos disponíveis e a ver possibilidades para a criação de novos métodos de ensino, levando a um desenvolvimento do conhecimento científico.

A década de 1920 foi marcada por uma nova visão dos recursos didáticos nas aulas de matemática no Brasil, devido ao ápice do Movimento da Escola Nova (Escalonavista) que contrapunha ao modelo tradicional e defendia uma educação igualitária (não elitista), onde o professor não seria mais o centro do processo de ensino, e sim, um mediador do mesmo.

Segundo Nacarato apud Fiorentini (1995) "Na concepção empírico-ativista o aluno passa a ser considerado o centro do processo e os métodos de ensino – tendo como pressuposto a descoberta e o princípio de que 'aprende-se a fazer fazendo'".

Nacarato confirma que neste modelo o ensino seria baseado em atividades desencadeadas pelo uso de jogos, materiais manipuláveis e situações lúdicas e experimentais.

Surgem então professores preocupados em ensinar a matemática de maneira significativa, nesta tentativa passaram a criar novos métodos educacionais voltados para uma dinamização no processo de ensino-aprendizagem.

Outros fatores contribuíram para a ampliação dos Materiais Manipuláveis, como cursos de formação de professores, a criação do ensino secundário e a criação da Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário (CADES).

Com a extinção da CADES e o fracasso do Movimento da Matemática Moderna (MMM), a discussão e confecção de Materiais Manipuláveis caíram no esquecimento, principalmente pelo despreparo de muitos professores em aplicá-los em ambiente escolar.

A discussão a respeito da importância dos recursos didáticos tomou novo fôlego a partir da década de 1970, onde inúmeros materiais passaram a ser confeccionados e desenvolvidos entre o fim da década de 1970 e início da década de 1980.

A partir daí, esses materiais passaram a estar mais presentes nos livros didáticos, principalmente após a criação da Fundação Nacional de Material Escolar (FENAME).

Devido às grandes possibilidades que os recursos didáticos podem oferecer foram criados uma série de materiais cada um com suas finalidades específicas. Os Materiais Didáticos Manipuláveis ou simplesmente Materiais Manipuláveis podem se modificar e tomar feições diferenciadas para melhor atender os objetivos da prática educativa, ou seja, existem materiais estáticos que não podem mudar suas formas e materiais dinâmicos que permitem transformações.

Partindo da idéia que "Palavras não conseguem o mesmo efeito que conseguem objetos ou imagens, estáticos ou em movimento. Palavras auxiliam, mas não são suficientes para ensinar" (Lorenzato 2006, p.17), percebemos como é importante utilizarmos Materiais Manipuláveis que auxiliam o aluno visualizar o conteúdo matemático. Uma vez que "Visualizar geralmente se refere à habilidade de transformar, descobrir, gerar, comunicar, documentar e refletir sobre informações visuais." (Fainguelernt 1999, p.53).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) concordam do valor de se visualizar em geometria:

> O pensamento geométrico desenvolve-se inicialmente pela visualização: as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. As figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por partes ou propriedades.
>
> Por meio da observação e experimentação elas começam a discernir as características de uma figura, e a usar as propriedades para conceituar classes de formas. (2000, p.127).

Durante a aplicação de um Material Manipulável, o aluno é levado a um campo de questionamentos, nos quais poderão criar e comprovar a veracidade de hipóteses, desenvolver estratégias, reflexões que muitas vezes não seriam possíveis apenas com a exposição oral do professor.

Sua utilização nas aulas de Geometria tem como finalidade facilitar o processo de ensino-aprendizagem, neste contexto o professor deve estimular a união da atividade manipulativa e de situações que sejam significativas para os alunos,

> O uso de materiais didáticos no ensino da geometria deve ser sempre acompanhado de uma reflexão pedagógica para que, evitando os riscos de permanência de um realismo ingênuo ou de um empirismo, contribua na construção do aspecto racional. (PAIS, p.14)

Os Materiais Manipuláveis apesar de apresentarem inúmeras aplicabilidades, são apenas mais um instrumento didático. No entanto, devem ser aplicados de forma a atender os objetivos pautados pelo professor, pois sem um planejamento adequado este recurso de nada contribuirá para o ensino de matemática. Lorenzato (2006) afirma que:

> Por melhor que seja, o MD nunca ultrapassa a categoria de meio auxiliar de ensino, de alternativa metodológica à disposição do professor e do aluno, e, com, o tal, o MD não é garantia de um bom ensino, nem de uma aprendizagem significativa e não substitui o professor. (LORENZATO, 2006, p.18)

Nesta concepção o professor é peça fundamental para o sucesso ou fracasso da utilização do Material Manipulável para o desenvolvimento de determinado conteúdo. Cabe a ele criar situações que leve o aluno a refletir, criar hipóteses e comprovar a veracidade de suas hipóteses, desenvolver melhor o raciocínio lógico e a visualização. Cabe ao professor também refletir sobre qual material deve ser utilizado, em que momento e com que finalidade, e ainda se a utilização será significativa ou não. Para Lorenzato:

> O uso do MD planejado para atingir um determinado objetivo, freqüentemente, possibilita ao aluno a realização de observações, constatações, descobertas e até mesmo o levantamento de hipóteses e a elaboração e testagem de estratégias que, às vezes, não estavam previstas no planejamento nem eram do conhecimento do professor. (LORENZATO, 2006, p.29)

Mais importante que aplicar um Material Manipulável, é saber em que momentos deverá intervir para contribuir para a aprendizagem dos alunos.

A esse respeito Pais (2008, p. 6) afirma que o uso errado de um recurso didático poderá resultar em uma inversão didática, ressalta ainda que "uma inversão didática ocorre quando um instrumento pedagógico, idealizado para facilitar o processo de aprendizagem, passa a ser utilizado como se fosse o próprio objeto de estudo em si mesmo".

Não se deve esquecer que a aprendizagem ocorre de forma diferenciada de acordo com o desenvolvimento mental e experimental de cada indivíduo, logo a recepção do Material Manipulável também ocorrerá de forma diferenciada conforme as situações vivenciadas pelo passado de cada um, assim

> Nas atividades de ensino da geometria, envolvendo o uso de materiais, é preciso estar duplamente vigilante para que toda informação proveniente de uma manipulação esteja em sintonia com algum pressuposto racional e, ao mesmo tempo,

> que todo argumento dedutível esteja associado a alguma dimensão experimental. (PAIS, p.13)

A utilização de Materiais Manipuláveis poderá facilitar a assimilação do aluno durante o processo de ensino aprendizagem, contribuindo de maneira significativa para a construção de uma matemática mais palpável, permitindo que o aluno consiga visualizar o conteúdo estudado e passe para a fase da abstração com mais confiança e compreensão, pois como afirma Lorenzato (2006, p. 20) “para se alcançar a abstração é preciso começar pelo concreto”.

Logo, para haver um conhecimento geométrico alicerçado, não basta ter materiais didáticos nas escolas, e sim saber adaptar esses recursos disponíveis de forma a melhor atender as necessidades educacionais dos alunos.

4 A TEORIA DE VAN HIELE E OS CINCO NÍVEIS DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO

A Geometria é uma área da matemática de extrema importância para a sociedade, pois auxilia o homem a desenvolver o raciocínio lógico e visual; a refletir sobre seus erros e acertos; a aperfeiçoar sua comunicação em termos matemáticos e sua autoconfiança para resolver questões diárias que envolva conhecimentos matemáticos. Apesar disto seu ensino durante muitos anos ficou restrito a momentos de auge e declínio.

Em suma podemos dizer que:

> Dentre todos os ramos da matemática, a geometria tem sido o mais sujeito a mudanças de gosto, de uma época para outra. Na Grécia Clássica subiu ao Zênite, para cair ao nadir ao tempo da queda de Roma. Tinha recuperado parte de seu terreno perdido na Arábia e na Europa da Renascença; no século dezessete esteve no limiar de uma nova era mas novamente foi esquecida, ao menos pelos pesquisadores em matemática, por quase mais de dois séculos, permanecendo à sombra dos ramos prolíficos da nova análise.(BOYER, 1996, p. 369).

O resultado deste “descaso” em relação à geometria e outras disciplinas que não eram algebrizadas, somados a movimentos de renovação matemática como o Movimento da Matemática Moderna ocorrido inicialmente na Europa, que não valorizava a geometria como um ramo da matemática viva, contribuiu para que seu ensino fosse realizado de forma defasada e pouco significativo.

Vários estudiosos ao analisarem a educação matemática vigente, perceberam a necessidade de reintroduzir com um novo enfoque as disciplinas “deixadas de lado” durante todos esses anos de “esquecimento”.

A década de 50 foi marcada por inúmeros estudos cujo enfoque principal baseava-se em uma matemática mais compreensível, menos axiomática e principalmente mais voltada para o aluno. Pretendiam com essa nova matemática levar o aluno a entender a matemática e suas relações.

Dentre os estudiosos que se destacaram nesta época, ressaltam-se o casal Van Hiele. A teoria/modelo de Van Hiele foi desenvolvida por dois educadores Holandeses, Pierre Van Hiele e sua esposa Dina Van Hiele-Geoldof; ao analisarem as dificuldades apresentadas por seus alunos em compreender geometria plana, desenvolveram no período em que realizavam o doutorado na Universidade de Utrecht um modelo matemático composto por cinco níveis de desenvolvimento para o pensamento geométrico.

Este modelo sugere que os alunos progridam gradativamente, ou seja, “o aluno só atinge determinado nível de raciocínio após dominar os níveis anteriores” (Nasser, 1992, p.4). A transição de um nível para outro deve ocorrer de forma consciente, para que os alunos consigam caminhar pelos cinco níveis do pensamento geométrico até alcançarem no último nível (5º nível) o rigor geométrico.

Os Van Hieles pretendiam inicialmente relacionar os níveis de pensamento para ajudarem os alunos a desenvolverem insight em geometria. Para Pierre Van Hiele uma pessoa desenvolve insight se:

> a) É capaz de desempenhar numa possível situação usual;
>
> b) Desenvolve corretamente e adequadamente as ações requeridas pela situação;
>
> c) Desenvolve deliberadamente e conscientemente um método que resolva uma situação.
>
> (KALEFF, Ana Maria, et al,1994, p 25)

Em outras palavras, para se ter um insight o aluno tem que ser capaz de compreender: *o que*, o *porquê* e *quando* utilizar determinado conhecimento para resolver um problema, ou seja, insight é a capacidade de relacionar conhecimentos/conceitos prévios para o desenvolvimento de conhecimentos/conceitos mais complexos.

Este modelo sofreu grande influência de Jean Piaget e seu estudo referente ao desenvolvimento das fases da inteligência, que contribuíram para a criação dos cinco níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico.

Para Piaget a estrutura da inteligência poderia ser classificada nos seguintes estágios, que poderão variar de acordo com o ensino atribuído a cada criança:

Os Estágios do Pensamento Cognitivo

Estágios	Período	Características

Sensório-Motor	0 a 2 anos	A atividade mental é uma característica da fase sensório motor. Neste período a criança sente dificuldades em diferenciar seu corpo do ambiente, mais é capaz de reagir com o meio, por meio de interações como a sucção, o reflexo de agarrar, a observação de pessoas como os pais; e de descobertas consigo mesmo através das interações dos sentidos (audição, visão, tato), a criança vai desenvolvendo movimentos e reações intencionais.
Pré-Operacional	2 a 7 anos	O desenvolvimento da criança promove uma melhora na qualidade do pensamento, ela passa a separar seu próprio corpo do ambiente, começa a utilizar símbolos mentais, imagens e palavras para representar fatos ou pessoas que não estão presentes. A criança a partir desse período passa a utilizar mais a linguagem verbal, enriquece sua capacidade de compreensão e apesar de ainda não saber o conceito de número, já são capazes de contar. Uma característica desta fase é o egocentrismo, que si baseia na falta de aceitação pela criança de uma opinião que seja diferente da sua.
Operações Concretas	7 a 12 anos	A criança desenvolve ações mentais em virtude de interações com situações reais, sua lógica e seu raciocínio são elementares, utilizados principalmente na manipulação de objetos concretos, devida a essas reações a inteligência da criança nesse período é considerada concreta. Apesar de apresentar uma inteligência

		concreta, já possuem uma noção de classe mais avançada, pois, passam a entender as relações entre classes e subclasses, percebendo que um determinado objeto pode se enquadrar em mais de uma classe ao mesmo tempo. Neste período a criança começa a compreender o que vem a ser maior, menor, dentro, fora, à direita ou à esquerda, etc. Apesar disto ainda apresenta uma grande dificuldade em pensar em situações abstratas ou hipotéticas e apresenta dificuldades em problemas verbais.
Operações Formais	De 12 anos em diante	A partir do período das operações formais, o adolescente passa a desenvolver o raciocínio abstrato, passando a não depender tanto da manipulação de abjetos concretos. O pensamento do adolescente passa a ser realizado com base em formas, ou seja, através de símbolos matemáticos ou palavras. A opinião das outras pessoas a respeito de fatos que nem sempre o adolescente concorda passa a ser aceito com mais naturalidade a partir dessa fase. Ele desenvolve o pensamento científico, sendo capaz de formular hipóteses e comprovar se estas são verdadeiras ou não. Juntamente com o aperfeiçoamento das estruturas do pensamento, a partir desta fase ocorre a consolidação da afetividade e o adolescente começa a ser visto na sociedade como um indivíduo participante.

Quadro 1: Os Estágios do Pensamento Cognitivo

Fonte: Autoria própria

Com base nesses estágios e em seus estudos a respeito do desenvolvimento do pensamento, em especial o geométrico, os Van Hieles criaram cinco níveis para o desenvolvimento do pensamento geométrico, que pode ser assim representado:

Os Níveis do Pensamento Geométrico Segundo Van Hiele.

Níveis	Características	Exemplos
1º Nível Reconhecimento	O aluno irá nesta fase se familiarizar com o material por meio do reconhecimento, comparação e nomenclatura das figuras. O que será levado em consideração é apenas a aparência global das figuras e não as suas propriedades.	Disposição das figuras geométricas em determinados grupos: retângulos, quadrados, trapézios e losangos.
2º Nível Análise	Estudo das figuras geométricas em função de seus elementos e análise de suas propriedades. Utiliza-se nessa fase da observação das propriedades das figuras para a resolução de problemas.	Análise e decomposição do retângulo por meio de suas propriedades: quatro ângulos retos, lados opostos iguais e paralelos.
3º Nível Abstração	Compreensão da importância de uma definição concisa, e percepção que uma propriedade pode ser resultante de outra. Argumentação coesa e informal, e classificação das figuras geométricas em grupos.	Classificação de uma figura geométrica por suas propriedades básicas: Um quadrado possui quatro ângulos retos e quatro lados homólogos. Percepção que um quadrado também é um retângulo
4º Nível	Compreensão do processo	Demonstração de

Dedução	dedutivo e das demonstrações, percepção de condições necessárias e suficientes.	propriedades dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos.
5º Nível Rigor	Nesta fase a criança é capaz de entender o processo das demonstrações e o estabelecimento de teoremas em diversos sistemas e comparação dos mesmos.	Estabelecimento e demonstração de teoremas em uma geometria finita

Quadro 2: Os Níveis do Pensamento Geométrico Segundo Van Hiele.

Fonte: Projeto Fundão - IM/UFRJ (Geometria Segundo a Teoria de Van Hiele) Coordenado pela profª. Drª Lilian Nasser.

Lorenzato em seu livro "O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores" (2006, p.119) confirma a importância do modelo de Van Hiele.

> Segundo o nível de Van Hiele, o aluno poderia, partindo do nível da *visualização* de um conceito geométrico, seguido pelo nível da *análise*, prosseguindo pelo nível da *ordenação informal* e, finalmente, pelo da *ordenação formal*, atingir o nível *do rigor* da conceituação do ente geométrico, quando passaria a ser capaz de entender e relacionar conceitos geométricos abstratos, inclusive aqueles relativos aos sistemas dedutivos geométricos não-euclidianos.

Sabendo que os níveis de Van Hiele seguem uma seqüência hierárquica, pois são contínuos e o sucesso de um nível depende da compreensão dos níveis anteriores, este modelo-teoria foi ramificado em cinco sub-níveis ou generalizações, que na verdade são sugestões a serem aplicados a cada etapa.

Podemos apresentar essas características gerais do modelo como:

Sequêncial → O aluno deve mudar de um nível para o outro seguindo uma seqüência, uma vez que não é possível essa transição sem o domínio dos níveis anteriores.

Avanço → O avanço do aluno não é determinado pela idade ou pela maturidade, e sim pelos métodos e estratégias apresentadas pelo professor. Não há métodos que permitam que os alunos pulem para níveis seguintes, pelo contrário, o emprego errado de uma metodologia poderá retardar a compreensão de um nível.

Intrínseco e Extrínseco → Certos conceitos e propriedades implícitos em um nível tornam-se explícitos em níveis posteriores.

Lingüística → A linguagem empregada em cada nível é única, assim como seus conjuntos de símbolos.

Combinação Inadequada → É extremamente importante que os alunos e o professor estejam caminhando em um mesmo nível, se isto não acontecer, a aprendizagem não ocorrerá de maneira significativa. A metodologia, a linguagem e o professor devem estar em sintonia com o aluno, essa união promoverá melhores condições de elevação do aluno para um próximo nível do pensamento geométrico.

Os Van Hieles desenvolveram cinco fases sequênciais de aprendizagem para complementar os cinco níveis do pensamento geométrico e as características gerais de cada nível, ao perceberem que "a elevação dos níveis depende mais de aprendizagem adequada do que da idade de maturação" (Nasser,1992, p. 4).

No livro Elementos de Didática da Matemática, Bruno D'Amore (2007) argumenta o que o que vem a ser fases de aprendizagem segundo os Van Hieles:

> O que Van Hiele chama de "fases de aprendizagem" são as etapas na graduação e na organização das atividades que um estudante deve realizar, a fim de adquirir as experiências que o levem a um nível superior de raciocínio, com relação a um assunto bem determinado. Ao longo dessas fases, o professor deve fazer com que os seus alunos construam a rede mental de relações do nível de raciocínio que deve atingir, criando, as conexões entre eles. Dito de outra maneira é necessário que conseguir, em primeiro lugar, que os estudantes adquiram, de maneira significativa, os conceitos básicos necessários (novos conceitos, propriedades, termos, etc..) com os quais deverão trabalhar, de modo que possam depois concentrar suas atividades em aprender a utilizá-los e combiná-los entre si.

Essas cinco fases seqüenciais de aprendizagem podem ser esquematizadas da seguinte maneira.

Fase 1:Informação→ É o momento de familiarização inicial, o professor conversa com os alunos sobre o conteúdo que será abordado, o material a ser utilizado, quais atividades serão desenvolvidas etc..

Nesta fase os estudantes manipulam o material livremente para descobrirem habilidades básicas que serão necessárias para realização da aula.

Essa “descoberta” é importante para os alunos perderam o medo em relação ao material e principalmente para o professor analisar qual “o grau” de conhecimento apresentado pela maioria dos alunos a respeito do conteúdo que será estudado, podendo assim identificar qual a maneira mais adequada de desenvolver a atividade, para esta ser a mais significativa possível para os alunos.

Fase 2:Orientação dirigida→ Após o momento de contato inicial, os alunos passam para a fase de exploração e descoberta do material. Neste momento o objetivo principal é auxiliar os alunos para que eles possam descobrir propriedades, analisarem as figuras geométricas e explorarem o material manipulável conscientemente.

É nesse momento que o aluno começa a construir as bases do novo nível de conhecimento.

Para o aluno alcançar esta base de conhecimento, é necessário que o professor disponibilize aos alunos atividades investigativas que os auxiliem a reconhecerem e descobrirem novos conceitos e propriedades.

Com esse intuito as atividades desta fase são na maioria das vezes de uma só etapa e que possibilitem respostas específicas e objetivas.

Fase 3: Explicitação→Esta fase é caracterizada pela análise e explicitação das atividades realizadas nas fases anteriores para os colegas. É no momento de debate e de defesa de suas idéias com o grupo, na exposição de seus métodos de soluções que os alunos irão refletir se seu raciocínio ocorreu de maneira correta, se não havia outra maneira de resolver tal atividade.

Esta exposição é importante para o aluno argumentar e refletir sobre o novo conhecimento adquirido.

O vocabulário matemático nesta fase começa a ser obtido, mas não deve ser imposto de maneira rígida e sim introduzido gradativamente para o aluno, uma vez que ele está internalizando muitas informações novas de uma só vez, como conceitos, propriedades e símbolos.

Fase 4: Orientação livre→ As atividades neste momento devem ser investigativas, diferentes das anteriores, mais que possibilitem aos alunos mais de uma maneira de resolver e que não fujam da realidade dos mesmos.

A proposta principal dessas atividades é levar o aluno a utilizar os novos conhecimentos e vocabulário construídos e relacioná-los para resolverem as questões propostas. É no decorrer destas atividades que o aluno poderá verificar a importância do estudo que está sendo concretizado.

Fase 5: Integração→ Esta é uma fase de revisão dos novos conceitos e competência adquiridas durante as fases de um a quatro.

O professor deve auxiliar os alunos para que estes consigam generalizar os conceitos e propriedades adquiridos.

Este momento é de reflexão, análise e reorganização de habilidades já apresentadas e estudadas e não de introdução de novos conceitos.

Após alcançarem a última fase, a única que não pode ocorrer de maneira aleatória ou simultaneamente as demais, os alunos terão conquistado um novo nível e estarão aptos a recomeçarem as fases da aprendizagem para a aquisição dos níveis subsequentes.

É importante ressaltar que uma sala pode apresentar alunos em diferentes níveis, logo, é necessário que o professor faça uma análise da real necessidade de seus alunos para determinar qual é o nível dominante da sala e qual metodologia deverá ser aplicada para que todos consigam se desenvolver conscientemente.

Buscamos descrever neste capítulo, o que vem a ser a Teoria de Van Hiele e suas possíveis contribuições para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Utilizaremos esta teoria como referência para analisar o grau de defasagem geométrica apresentada pelos alunos que pesquisaremos, e quais os possíveis avanços conquistados por eles durante a aplicação do método.

Aplicaremos nosso trabalho no sétimo ano A da Escola Estadual Lyceu de goyaz, localizada no centro da cidade de Goiás. Esperamos que por meio das atividades manipulativas os alunos consigam alcançar o segundo nível da Teoria, e que os mesmos possam compreender a importância de se estudar geometria.

5 RECONHECENDO OS MATERIAIS

Antes de utilizar um material Manipulável é necessário conhecê-los bem, para que sua utilização se torne um auxiliar no processo de ensino aprendizagem, caso contrário sua utilização se tornará insignificante.

Apesar de sabermos as vantagens de uma aplicação consciente dos Materiais manipuláveis/ materiais concretos, pois:

> O material concreto exerce um papel importante na aprendizagem. Facilita a observação e a análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico, é fundamental para o ensino experimental e é excelente para auxiliar o aluno na construção de seus conhecimentos. (PERES, Geraldo; TURRIONI, Ana Maria; p.61, 2006)

Ainda existem muitas desculpas e até mesmo preconceito para não utilização destes materiais em sala de aula, para alguns sua aplicação retarda a aprendizagem escolar, custam caro, tornam a aprendizagem superficial ou até mesmo não auxiliam a abstração dos conceitos geométricos.

Na busca por uma prática educativa mais dinâmica e motivadora apresentaremos a seguir dois materiais manipuláveis bem conhecidos: o Tangram e o Geoplano. Optamos por materiais que fossem fáceis de serem confeccionados, de baixo custo, mas que atendessem nossa proposta principal, auxiliar os alunos a alcançarem a abstração do conceito de área de figuras planas.

O Tangram é um quebra-cabeça milenar, formado por cinco triângulos, um quadrado e um paralelogramo. Apesar de não se ter certeza quanto a sua origem, acredita-se que foi inventado na China por volta do século VII a.C, e que tenha sido introduzido no ocidente por volta da metade do século XIX. Este quebra-cabeça tornou-se muito popular na Europa, e na América do norte, especialmente nos Estados Unidos.

Não se sabe ao certo de onde originou a palavra Tangram, em virtude deste mistério, inúmeras indagações foram cogitadas:

> Segundo alguns, esta foi inventada por um inglês, unindo o vocábulo cantonês "tang" que significa chinês, com o vocábulo latino "gram" que significa escrito gráfico. Outros afirmam que é originária da tribo Tanka. As pessoas desta tribo da China eram grandes comerciantes envolvidos no comércio do ópio, e quando eram visitados pelos mercadores ocidentais eram entretidos pelas meninas Tanka com este quebra cabeças. Outra explicação é que a origem do jogo remonta aos anos 618 a 907 d.c., época em que reinou na China a dinastia Tang, daí a origem da palavra. Existe outra história que conta que o tangram foi inventado por um homem chamado Tan enquanto tentava consertar os bocados quebrados de um azulejo de porcelana. (RABATON; 2009)

Existem também várias lendas a respeito de sua origem, a mais conhecida é a seguinte:

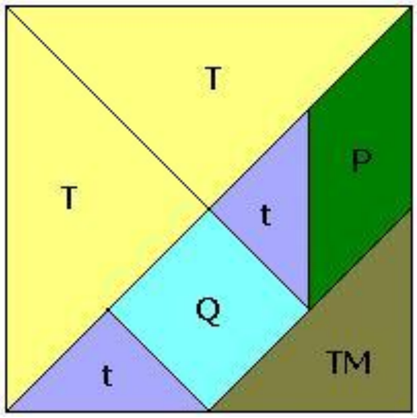
Diz a lenda que o monge Tai-Jin chamou a sua sala o seu discípulo Lao-Tam, entregou-lhe uma placa quadrada de porcelana, um pote de tinta, e um pincel e lhe deu uma grande missão, deveria percorrer o mundo e tudo que seus olhos de mais beleza encontrassem, deveria ser registrado na placa.

Tremendo de emoção o monge deixou a placa cair, esta ao encontrar o chão se dividiu em sete pedaços de forma geométrica.

Ao juntar os pedaços, o discípulo identificou uma figura conhecida. Trocou a posição das peças e surgiu uma nova figura.

Concluiu Lao-Tam que sua viagem não era mais necessária, pois com os sete pedaços da placa quadrada poderia se representar tudo de mais belo que existe no mundo. Em virtude de sua decomposição em sete peças, a tradução mais utilizada é tábua das sete sabedorias ou tábua das sete sutilezas.

O Tangram Original é composto por sete peças originadas da decomposição de um quadrado; dois triângulos pequenos, um triângulo médio, um paralelogramo e um quadrado, com as quais é possível montar mais de 1700 figuras sem sobreposição, como animais, letras, números, figuras geométricas entre outros.



T - Triângulo retângulo grande;

TM - Triângulo retângulo médio;

t - Triângulo retângulo pequeno;

Q – Quadrado;

P – Paralelogramo.

Figura 1: Tangram Quadrado
Fonte: http://exatas.net/tangram.htm

Este material manipulável pode ser confeccionado em diversos materiais, como madeira, EVA, cartolina e cortiça, o que facilita a sua construção em diversos ambientes e realidades educacionais. Pode ser encontrado em variados formatos geométricos, desde o tradicional quadrado a versões atuais como coração partido, oval, circular, o de nove peças, que são decomposições de figuras planas, o que possibilita a sua aplicação em inúmeras séries do ensino.

O Tangram Oval também é conhecido por Ovo de Colombo ou Ovo Mágico, é formado por nove peças, dois triângulos retângulos grandes, um triângulo retângulo pequeno, dois triângulos isósceles curvos, dois triângulos retângulos curvos e dois trapézios curvos. Assim como o Tangram Original, permite montar inúmeras figuras com um número reduzido de peças.

Sua origem, diferente do Tangram Tradicional que possui inúmeras especulações, data de 1879 com os irmãos, engenheiros e os precursores da aviação Otto e Gustav Lilienthal. Eles desenvolveram uma forma de reproduzi-los em blocos de pedras manuais, conhecidas por pedras de Anker, tendo como base areia de quartzo, azeite de linhaça e gesso. No ano de 1890, Friedrich A. Richer que tinha comprado a idéia dos Irmãos Lilienthals, passou a produzir e comercializar este e outros quebra-cabeças com as mesmas características a partir de pedras de Anker.

Sua estrutura como existe hoje data de 1893, e permite formar cerca de 100 figuras distintas com as nove peças que o compõem.

1. Dois triângulos isósceles curvos;
2. Dois triângulos retângulos curvos;
3. Dois triângulos retângulos grandes;
4. Um triângulo retângulo pequeno;
5. Dois trapézios curvos.

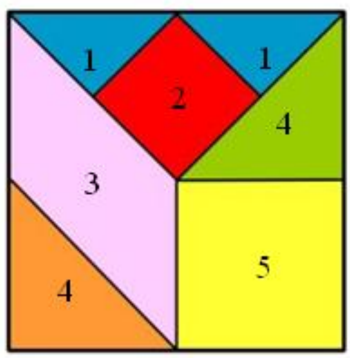
Figura 2: Tangram Oval

Fonte: http://www.eb1-sede-amarante.rcts.pt/formacao_matematica.htm

O Tangram Oval por possuir bordas curvas, diferentemente do Tangram Tradicional cujas bordas são sempre retilíneas, complementa o estudo de conteúdos não abordados por este Tangram Original, como por exemplo, o estudo de arcos.

Um modelo de Tangram muito importante é o Tangram de Pitágoras, apesar de não se ter uma data precisa quanto a sua criação, estudiosos cogitam-se que ele foi criado no séc. XIX pelo mesmo fabricante do Tangram Oval Friedrich A. Richer e companhia. Cogita-se que sua construção foi feita com o objetivo de provar o Teorema de Pitágoras.

Este modelo é composto por sete peças, quatro triângulos, dois quadrados de tamanhos diferentes e um paralelogramo, todas as peças são resultantes da decomposição de um quadrado.



1 – Dois triângulos pequenos;

2 – Um quadrado pequeno;

3 – Um paralelogramo

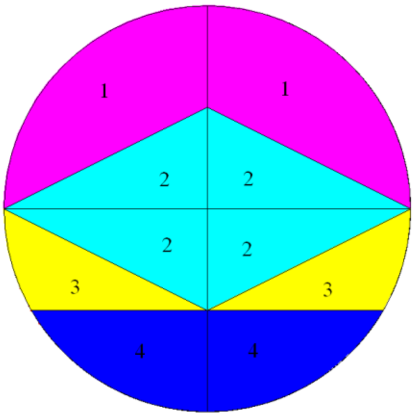
4 – Dois triângulos grandes;

5 – Um quadrado grande.

Figura 3: Tangram de Pitágoras

Fonte: www.mathematika.cjb.net

O Tangram circular além de possibilitar a construção de inúmeras figuras sem sobreposição é um importante recurso no estudo de arcos. Para confeccioná-lo necessitamos de alguns instrumentos como régua, esquadro, compasso e transferidor, também é necessário ter um conhecimento prévio de certos conceitos como: ponto médio, diâmetro, raio, corda e união de segmentos.



1 – Dois triângulos escalenos grandes curvos;

2 – Quatro triângulos retângulos;

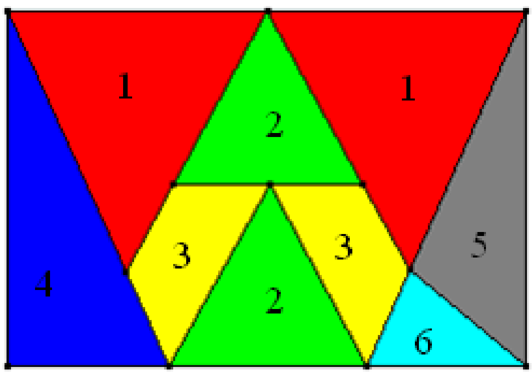
3 – Dois triângulos escalenos pequenos curvos;

4 – Dois triângulos retângulos curvos

Figura 4: Tangram Circular

Fonte: http://rosielca.blogspot.com/

O de nove peças tem sua origem datada no século XX, à característica principal deste Tangram é sua estrutura composta por nove peças; que se classificam em sete triângulos e dois quadriláteros resultantes da decomposição de um retângulo.



1 – Dois triângulos escalenos grandes;

2 – Dois triângulos eqüiláteros;

3 – Dois trapézios;

4 – Um triângulo retângulo;

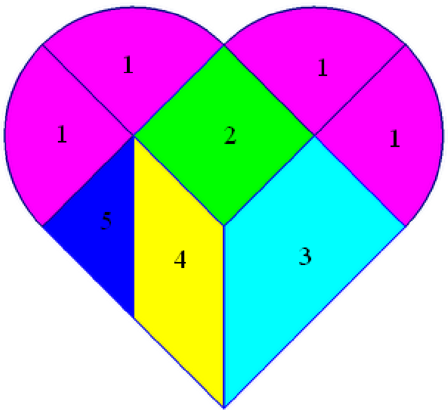
5 – Um triângulo escaleno médio;

6 – Um triângulo escaleno pequeno.

Figura 5: Tangram de Nove Peças

Fonte: www.matematika.cjb.net

O Tangram Coração Partido é formado por oito peças; sua construção é feita com o auxílio de uma malha quadrada, do transferidor e de uma régua. De todos os Tangrans existentes, o de Coração Partido exige um pouco mais de conhecimento geométrico. Para confeccioná-lo, é necessário saber o conceito de certas propriedades geométricas, como paralelismo, pontos eqüidistantes, perpendicularidade.



1 – Quatro triângulos isósceles curvos;

2 – Um quadrado;

3 – Um trapézio retângulo;

4 – Um paralelogramo;

5 – Um triângulo isósceles.

Figura 6: Tangram Coração Partido

Fonte: http://rosielca.blogspot.com

Outro material manipulável muito utilizado na matemática e em arte é o Geoplano. Por ser um material manipulável dinâmico, que segundo Lorenzato (2006, p. 19) são aqueles "que, permitindo transformações por continuidade, facilitam ao aluno a realização de redescobertas, a percepção de propriedades e a construção de uma efetiva aprendizagem" é comumente utilizado para trabalhar alguns problemas algébricos e a geometria plana, pois auxilia o aluno a desenvolver a capacidade de concentração e investigação, a orientação espacial, a representação mental, comunicação verbal, trocas de informações e visualização, entre outros.

O significado de Geoplano pode ser atribuído a duas nacionalidades, esta pode ter vindo do francês *geoplans*, onde *geo* significa geometria e *plan* tábua ou superfície plana; a palavra Geoplano também pode ter origem do termo inglês *geoboards* cuja tradução é similar a francesa.

Segundo a literatura, acredita-se que o matemático inglês Dr.Caleb Gatteno na Universidade de Londres, foi o criador do Geoplano em 1961, ele ao desenvolver atividades utilizando este material tinha como principal objetivo propiciar uma aprendizagem geométrica lúdica, levando o aluno a alcançar a abstração de maneira divertida.

Após Caleb, outros estudiosos passaram a olhar para o Geoplano com mais atenção e curiosidade, o que contribui para a criação de inúmeras formas de geoplano assim como a sua popularização.

De acordo com Leivas "O geoplano é um modelo matemático que permite traduzir ou sugerir idéias matemáticas, constituindo-se em um suporte concreto para a representação mental, um recurso que leva à realidade idéias abstratas".

O Geoplano simula um lugar geométrico, é composto por uma placa de madeira ou de outro material firme, podendo ser em formato de um quadrado, retângulo ou círculo, onde são dispostos pregos equidistantes de modo a formar uma malha, na qual se vão colocar elásticos, linhas ou barbantes coloridos, que serão utilizados para as construções geométricas.

Existem Geoplanos em diferentes dimensões e tipos de malhas:

- Quadrados: onde as disposições dos pregos formam quadrados, por exemplo, os três por três constituídos por um total de nove pregos, os cinco por cinco que totalizam vinte e cinco pregos e o dez por dez que são compostos por cem pregos.
- Circular: Em uma placa quadrada, dispomos os pregos de modo a formar uma malha circular de mesmo centro que o quadrado.
- Oval: como o próprio nome diz, possuem malhas em formato oval.
- Isométrico, trelissado ou triangular: os pregos ficam dispostos nas intersecções das linhas

Os mais utilizados são os retilíneos que possuem malha quadrada de vinte e cinco pregos e o circulares de vinte e seis centímetros de diâmetro, os dois com tabuleiros de 30 cm de lado.

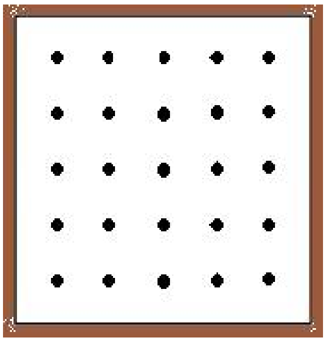


Figura 4: Geoplano Cinco por Cinco
Fonte: http://mathematikos.psico.ufrgs.br:

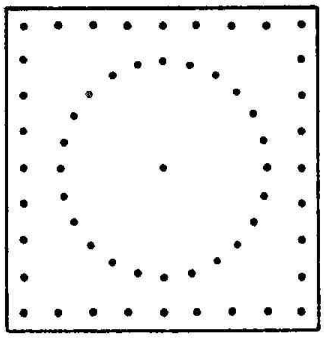


Figura 5: Geoplano Circular
Fonte: http://4pilares.zi-yu.com/?page_id=226

Outro ambiente em que o Tangram e o Geoplano podem ser trabalhados são em softwares computacionais, isto é possível graças à evolução da tecnologia da informática que se iniciou na década de 70 e permitiu o desenvolvimento de inúmeros materiais manipuláveis computacionais, que se tornaram mais um aliado na aprendizagem.

É importante ressaltar que os softwares assim como os demais Materiais Manipuláveis são apenas recursos metodológicos desenvolvidos para auxiliar o processo de ensino aprendizagem, logo seus objetivos devem estar sempre bem definidos para que a aprendizagem ocorra, Scheffer apud Carracher confirma "um software não funciona automaticamente como estímulo a aprendizagem. O sucesso dele está em promover a aprendizagem que depende de sua integração com o currículo e com as atividades em sala de aula".

Dentre todos os tipos de Tangrans e Geoplanos apresentados, nosso estudo será baseado no Tangram quadrado e no Geoplano retilíneo cinco por cinco, cujo enfoque será a introdução do conceito de área e perímetro de figuras planas para uma turma de sétimo ano do ensino fundamental da segunda fase, tendo como principal objetivo auxiliar os mesmo a partirem do concreto e alcançarem a compreensão do conceito de área e perímetro.

6 ATIVIDADES MANIPULATIVAS

Todas as atividades a serem realizadas com os alunos do sétimo ano A, da Escola Estadual Lyceu de Goyaz, deverão ser desempenhadas em grupos de quatro alunos, formados conforme suas afinidades.

Optamos em desenvolvê-las em grupos, para que no decorrer das manipulações os integrantes de cada grupo troquem experiências, questionamentos, informações e desenvolvam métodos de solução, tornando o trabalho manipulativo mais rico e significativo.

Com o término de cada atividade, os grupos deverão expor suas conclusões para os demais alunos da sala. Esperamos que por meio dessa interação eles percebam que não existe um único caminho para solucionar uma atividade.

6.1 **Reconhecimento do nível de Van Hiele**

Objetivos específicos:

- Reconhecer qual o nível do pensamento geométrico de Van Hiele da turma.
- Classificar as figuras geométricas pela sua forma geral.

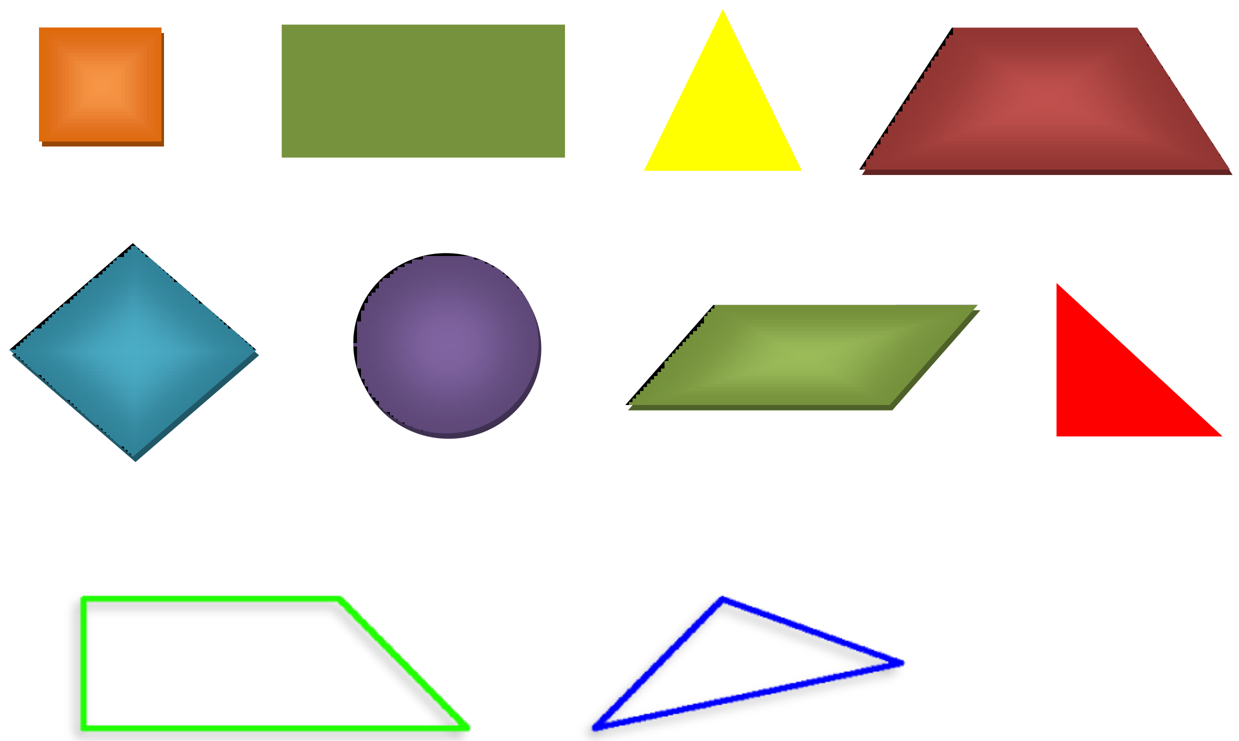
Antes de iniciarmos as atividades manipulativas com o Tangram e o Geoplano, iremos propor aos alunos que se dividam em grupos de quatro alunos para realizarmos as atividades referentes ao reconhecimento do Nível de Van Hiele.

Com os grupos devidamente organizados desenvolveremos um momento de diálogo, enfatizando as seguintes perguntas:

- O que você entende por Geometria?
- Se seu estudo é difícil?
- Aonde podemos ver formas geométricas no nosso dia a dia?

Após essa conversa apresentaremos aos alunos uma série de figuras geométricas em tamanhos variados, como quadrados, retângulos, losangos, paralelogramos, trapézios e círculos. Para que todos os grupos vejam as figuras, iremos colá-las no quadro de giz.

- Faça a nomenclatura de cada figura, na folha de registro



Pretendemos com essas atividades verificar se os alunos já conquistaram o primeiro nível da Teoria de Van Hiele, ou seja, se eles estão aptos a nomearem e classificarem as figuras geométricas apresentadas pela sua aparência Global.

6.2 Atividades com o Tangram

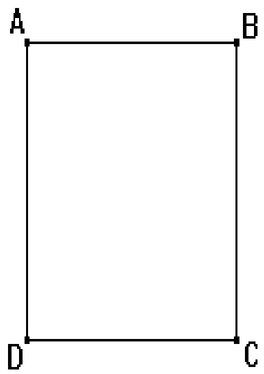
1ª Atividade: Construção do Tangram

Objetivos específicos:

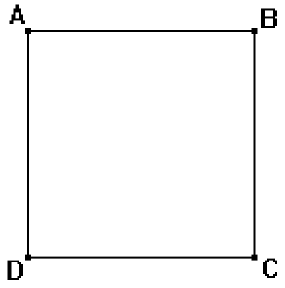
- Construir o Tangram quadrado por meio de dobraduras;
- Relembrar propriedades matemáticas durante a construção do material;
- Reconhecer as figuras geométricas que o compõe.

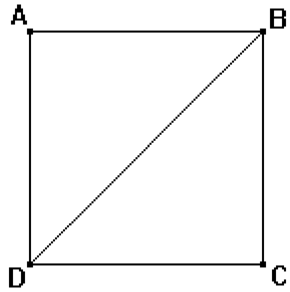
A aula inicial terá como intuito principal construir com os alunos o Tangram quadrado ou original. Para esta construção utilizaremos uma folha de papel A4 colorida, régua, lápis e tesoura.

A primeira etapa para o construção do Material Manipulável será transformar a folha de papel A4, cujo formato geométrico é um retângulo em um quadrado. Em uma folha nomeie seus vértices de A, B, C e D respectivamente.

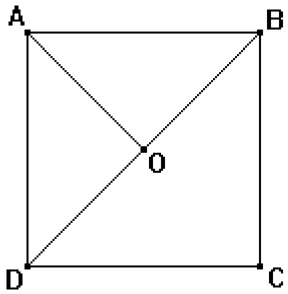


- Sobreponha um dos lados, por exemplo, o lado AB sobre o lado BC, de modo a "dividir ao meio" o vértice B, ou seja, que a diagonal formada seja também bissetriz do vértice B. Vinque a diagonal e recorte o que sobrou da folha de papel.
- Com o quadrado construído e devidamente nomeado, marque a diagonal formada com um lápis.

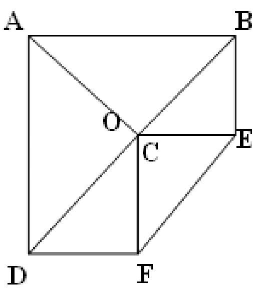


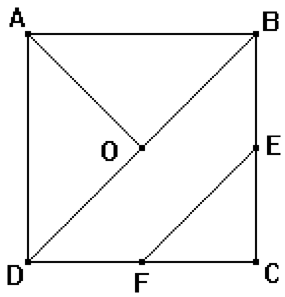


- Para encontrar o ponto médio O da diagonal BD, una os vértices B e D, marque o meio e o seguimento OA. Destaque o seguimento com lápis.

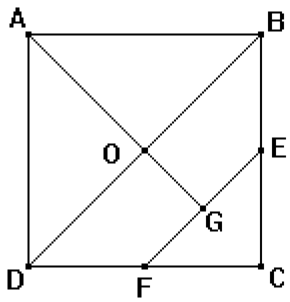


- Dobre de maneira que o vértice C "encontre" o ponto O. Marque com o lápis o seguimento formado EF

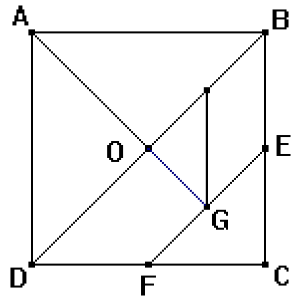




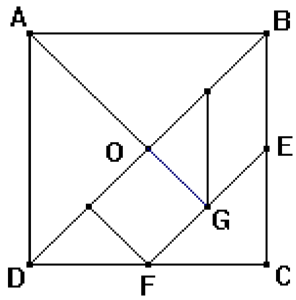
- Dobre novamente a diagonal AC e faça um vinco até o ponto médio do seguimento EF. Nomeie este ponto de interseção G. Marque com o lápis o seguimento encontrado;



- Dobre, de forma que o seguimento EG sobreponha GO. Vinque a dobra entre o ponto G e a diagonal BD. Destaque este seguimento;



- Para construirmos o quadrado e o outro triângulo pequeno, dobre de forma que o vértice D encontre o ponto O. Marque essa dobra do ponto F até a diagonal BD.



Com este último passo concluído, finalizaremos a construção do nosso material manipulável. É importante ressaltar que no decorrer da construção, relembraremos o conceito de algumas propriedades como: diagonal, ponto médio, e exploraremos as definições de certas figuras planas como, triângulo, quadrado, paralelogramo.

2ª Atividade: Exploração do material

Objetivos específicos:

- Estudar as sete peças que constituem o Tangram;
- Observar e manipular o material para melhor familiarização.

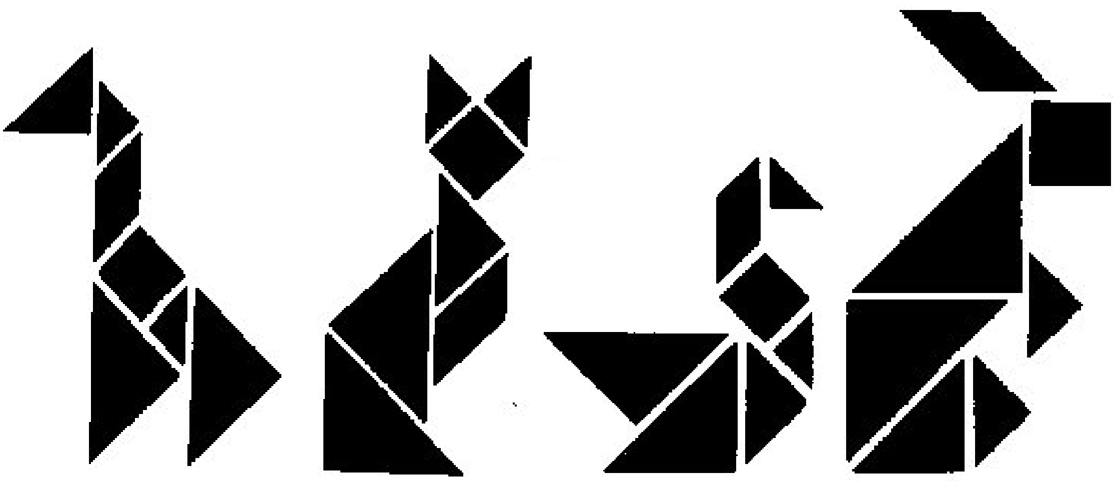
Com o Tangram construído por meio de dobraduras, iremos relembrar algumas propriedades geométricas empregadas na sua construção. Ao estudarmos o Tangram visamos analisar que:

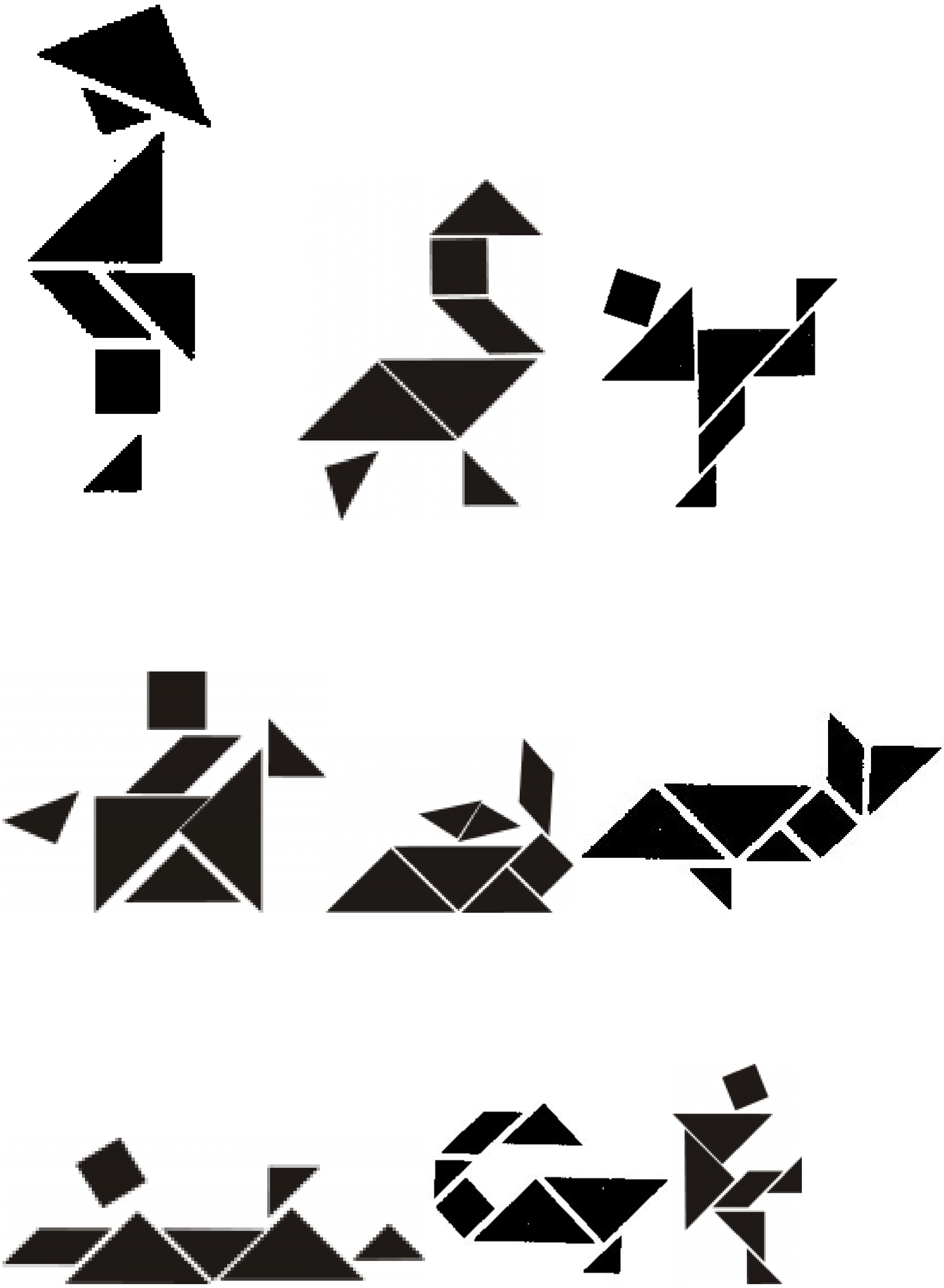
- ✓ O ponto F é ponto médio do segmento CD;
- ✓ O ponto E é ponto médio do segmento BC;
- ✓ O segmento BD estabelece a diagonal do quadrado ABCD;
- ✓ O segmento AO representa a metade da diagonal CA do quadrado ABCD;
- ✓ O segmento OG representa a quarta parte da diagonal CA do quadrado ABCD.

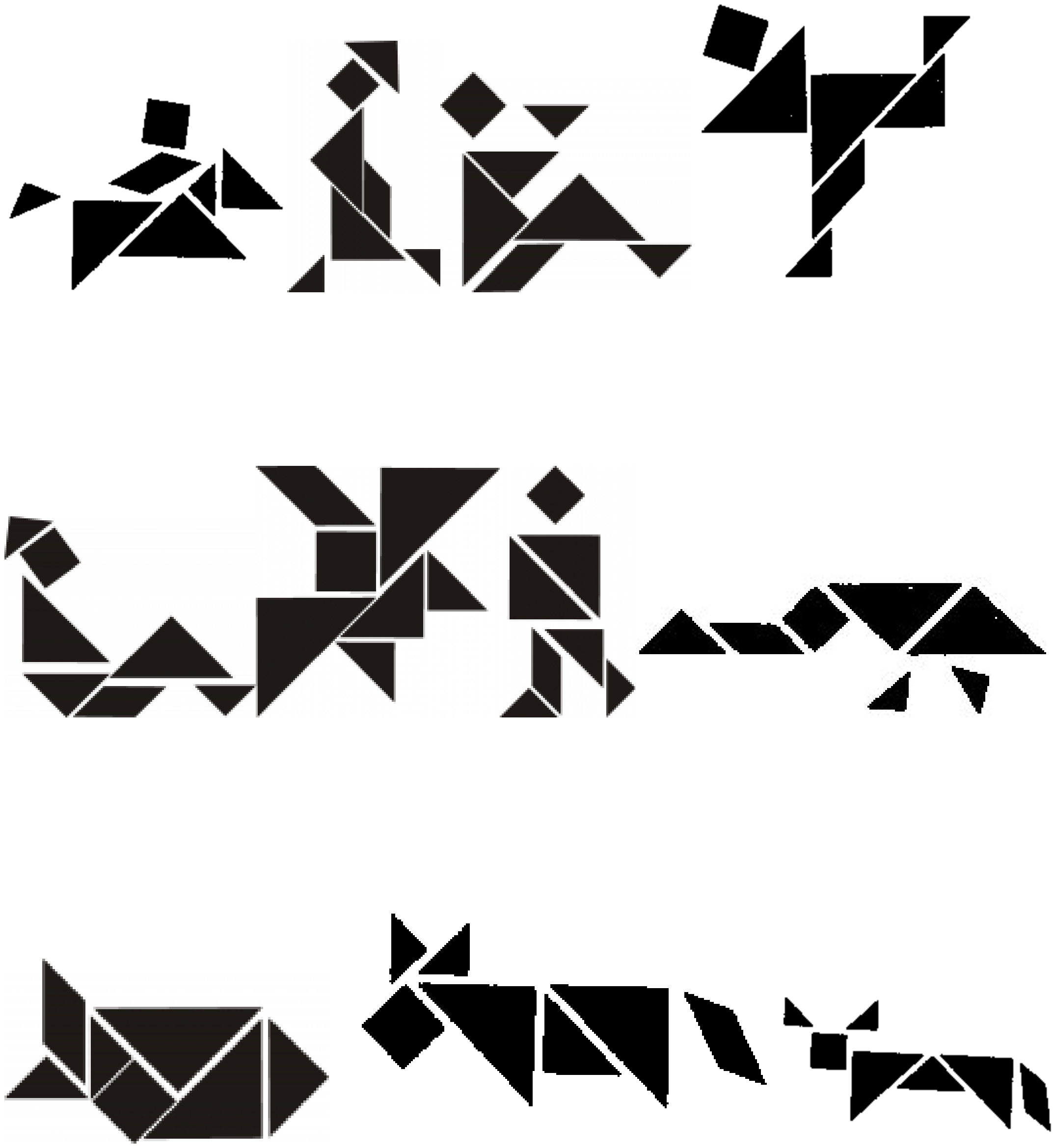
Com o término desse estudo, será proposto aos alunos que recortem as sete peças do Tangram; compartilhem com os colegas o material, de modo a terem todos as peças coloridas para o início das atividades manipulativas. Após este momento, será disponibilizado um tempo aos alunos para manipularem as sete peças livremente na construção de figuras.

- ➢ Construa usando as sete peças do Tangram sem sobreposição as figuras que quiser.

Exemplos:



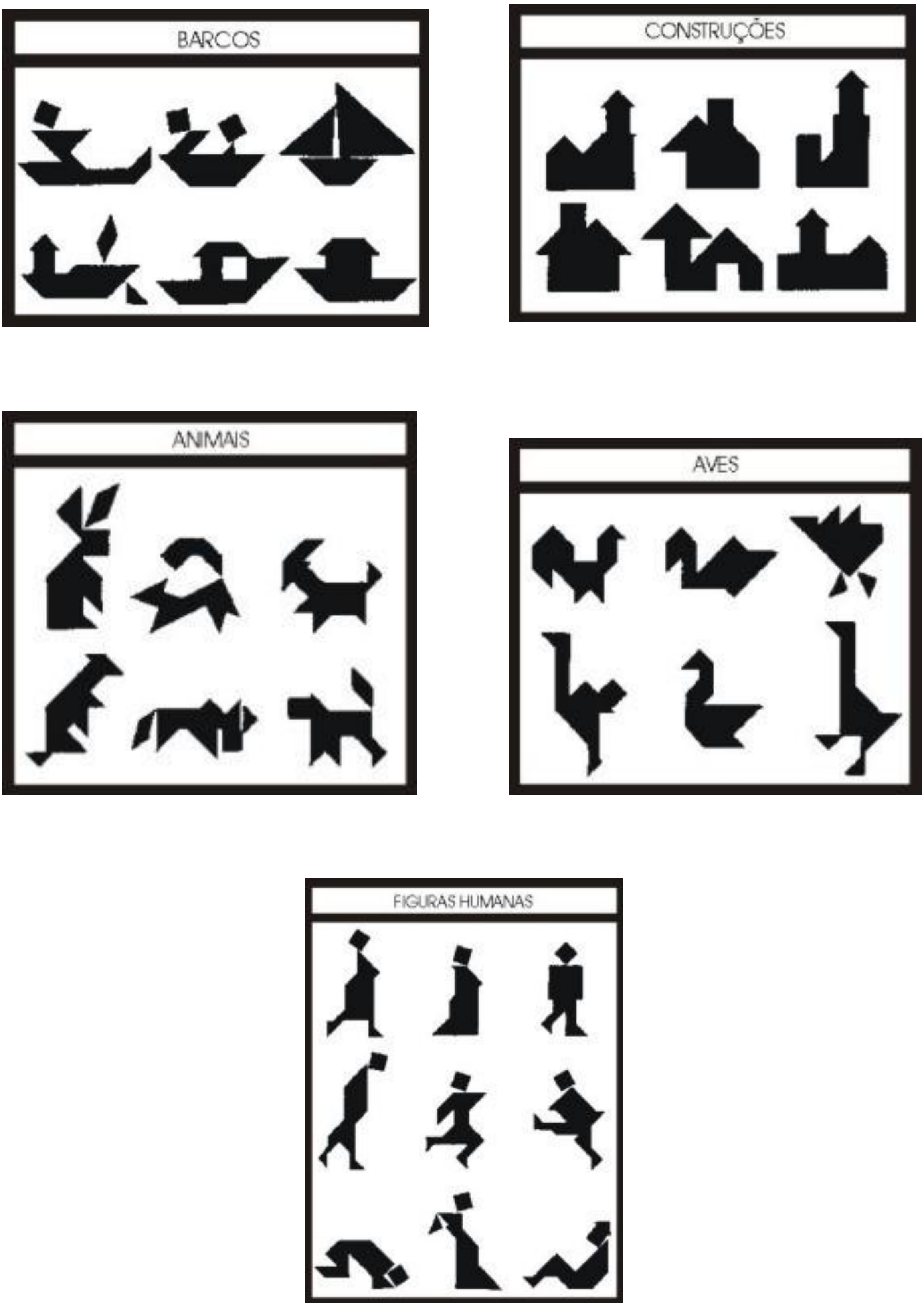




Fonte: http://4pilares.zi-yu.com/wp-content/uploads/2008/08/07.png

Num segundo momento serão propostos aos alunos desafios referentes à montagem de figuras com o Tangram, mostrando a eles apenas as sombras das mesmas. O objetivo dessa atividade é contribuir para o desenvolvimento da visualização dos alunos, uma vez que durante as manipulações terão que estudar além das rotações das figuras, quais as possíveis posições que cada peça ocupará na figura original.

- Construam algumas destas figuras utilizando as sete peças do Tangram



Fonte: Aplicações do Tangram no ensino da geometria, 2007, pg. 28-29.

3ª Atividade: Exploração das figuras, perímetro e área.

As atividades manipulativas contemplando área e perímetro de figuras terá como objetivos específicos:

- Observar que algumas peças que constituem o Tangram apresentam semelhanças;
- Calcular o perímetro das peças que compõem a Tangram;
- Determinar a área do Tangram por meio de sobreposição.

Inicialmente, serão desenvolvidas atividades de construção de algumas figuras geométricas: triângulos, quadrados, retângulos e paralelogramos, que apresentem mais de uma forma de resolução utilizando um número específico de peças. Pretendemos com essas atividades contribuir para um maior desenvolvimento da visualização, exploração, raciocínio, levantamento e teste das soluções dos alunos.

É importante ressaltar que as atividades exploratórias nesta fase também serão realizadas em grupo.

➢ Nesta etapa, os grupos irão manipular as peças do Tangram para construírem outras.

a. Com quatro peças do Tangram forme um quadrado de três maneiras diferentes e desenhe a solução;

b. Com duas peças do Tangram construa paralelogramos e triângulos. Desenhe as soluções
c. Construa um quadrado utilizando:
❖ Duas peças
❖ Três peças
❖ Cinco peças
d. Embaralhe as sete peças do Tangram e monte o quadrado novamente;
e. Construa, e registre em seu caderno um retângulo utilizando:
➢ Três peças;
➢ Quatro peças;
➢ Cinco peças;
➢ Seis peças;

- Sete peças.

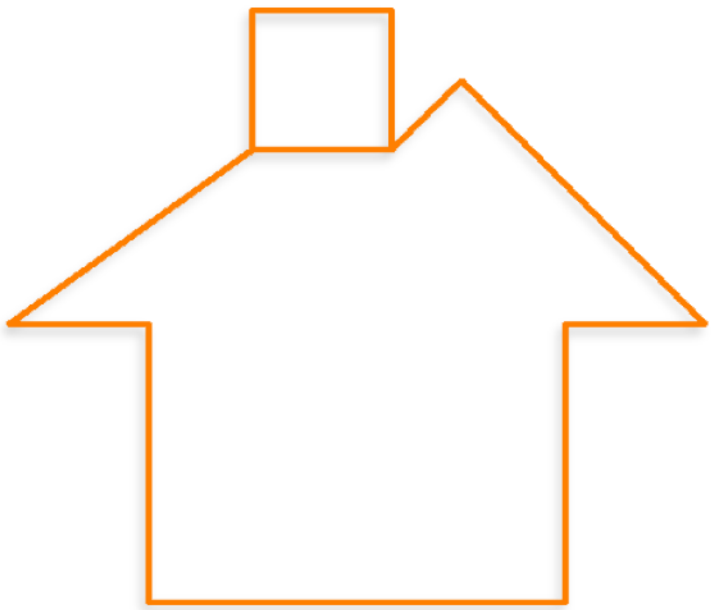
f. Com as sete peças do Tangram monte um triângulo,

Para o desenvolvimento das atividades envolvendo áreas de figuras geométricas planas, buscaremos ajudar os alunos a compreenderem a noção de área, por meio da comparação, composição e decomposição das figuras. Utilizaremos como unidade padrão de área o triângulo pequeno do Tangram.

Pretendemos que os alunos compreendam que figuras de formatos diferentes podem apresentar a mesma área e que figuras de formas semelhantes podem apresentar áreas diferentes.

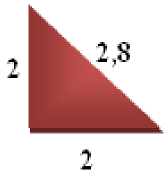
Assim será proposto aos alunos que:

- Tomando como unidade de área o triângulo pequeno, verifique qual é a áreas das seguintes figuras.
    - Triângulo médio;
    - Quadrado;
    - Paralelogramo;
    - Triângulo grande.
- Construa a figura abaixo e verifique qual é a área da casa.



Fonte: A Matemática das sete peças do Tangram, p.41.

Antes de iniciarmos as atividades exploratórias envolvendo o cálculo de perímetro, atribuiremos valores para os lados do triângulo pequeno.



O objetivo dessas atividades é auxiliar os alunos na percepção do conceito de perímetro. Almejamos que no decorrer das atividades manipulativas eles sejam capazes de compreender que o perímetro de uma figura consiste na soma de seus lados, ou seja, o contorno da mesma.

Nesse sentido:

- Calcule o perímetro das seguintes figuras
  - Triângulo médio;
  - Triângulo grande;
  - Quadrado;
  - Paralelogramo.
- Construa outras figuras que possuam a mesmo perímetro. Desenhe as soluções.

Durante todo o processo das atividades manipulativas envolvendo o Tangram, desenvolveremos momentos de reflexões com os alunos, visando analisar o que conseguiram compreender das atividades.

6.3 Atividades com o Geoplano

1ª Atividade: Familiarização com o material Manipulável.

Objetivos específicos:

- Reconhecer o material por meio da manipulação;
- Auxiliar o desenvolvimento da visualização das figuras geométricas planas.

Iniciaremos a aula com a distribuição do material manipulável aos grupos, cada grupo irá receber dois Geoplanos devidamente construídos, elásticos coloridos e barbantes, uma folha com as atividades propostas e folhas de A4 para o registro das mesmas.

Para nível de reconhecimento, serão disponibilizados aos alunos um tempo para exploração do material, neste momento eles poderão construir o que quiserem.

➢ Utilize o Geoplano para construir figuras que façam parte de seu cotidiano, ou que você conhece, com um ou mais elásticos. Registre as figuras obtidas.

Após esse contato, daremos início as atividades envolvendo a visualização das figuras geométricas. Esperamos que no decorrer das manipulações os alunos compreendam que as propriedades referentes a cada figura não sofrerão alterações devido às ampliações ou reduções

1. Construa no Geoplano figuras de tamanhos e espessuras diferentes que tenham:

- Três lados;
- Quatro lados;
- Cinco lados.

2ª Atividade: Comprimento e Perímetro.

Nas atividades envolvendo comprimento e perímetro, pretendemos que os alunos consigam:

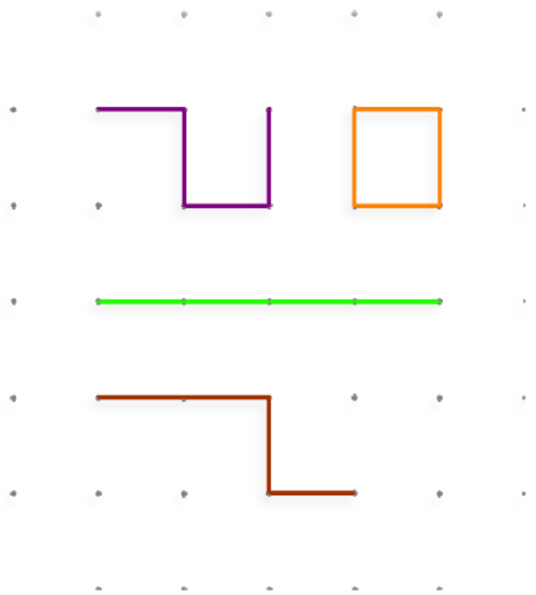
- Compreender que o perímetro de uma figura é a soma de seus lados;
- Calcular o perímetro de segmentos e de figuras geométricas;
- Observar que figuras diferentes podem apresentar o mesmo perímetro.

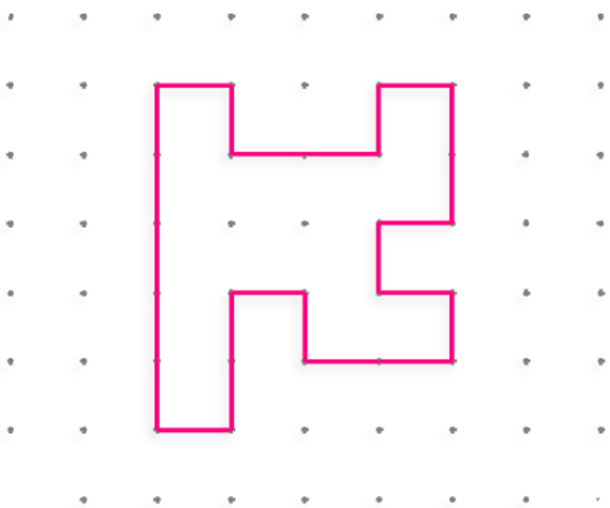
Com os objetivos definidos, iniciaremos as manipulações nos Geoplanos considerando como unidade padrão de comprimento a união de dois pregos mais próximos.

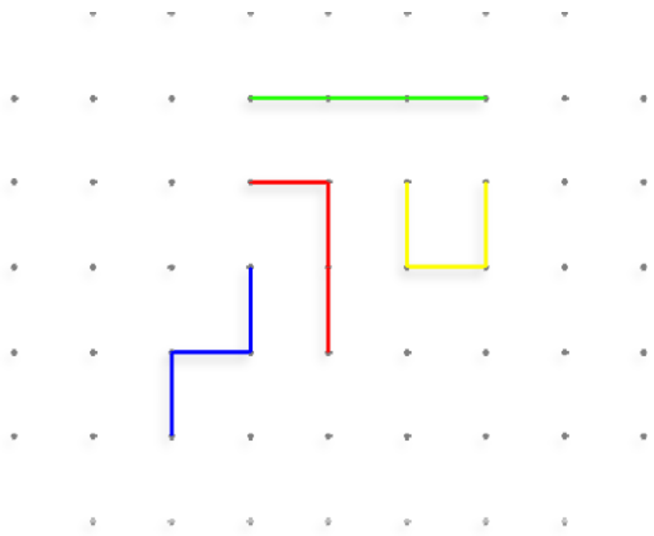
Esperamos que durante a realização das atividades, os alunos consigam perceber que figuras ou segmentos de tamanhos distintos podem apresentar o mesmo comprimento.

Optamos em colocar na primeira atividade uma figura que não poderia ser representada no Geoplano cinco por cinco, para verificarmos se os alunos conseguiriam visualizar que as dimensões da figura não são correspondentes as dimensões do material trabalhado.

➢ Faça as representações abaixo no Geoplano, se possível, e determine seu perímetro. Se não for possível fazer a representação no Geoplano, justifique.







Fonte: Programa de Desenvolvimento Educacional, 2008, p. 33-31.

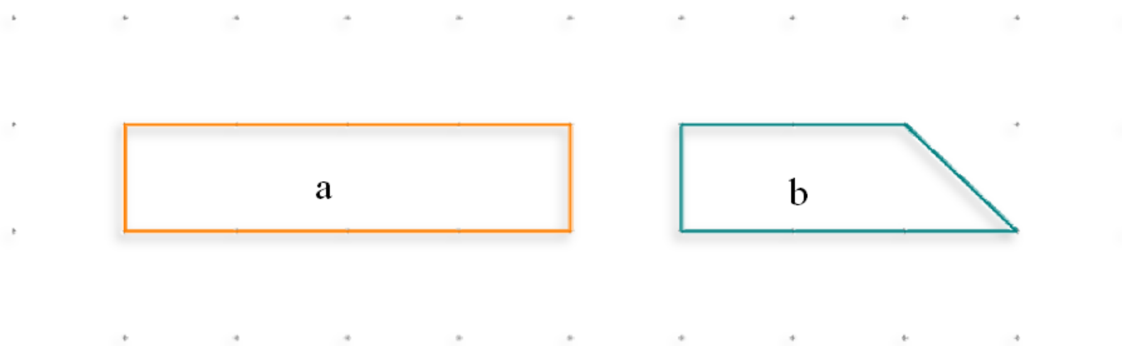
Para auxiliar os alunos na compreensão do conceito de perímetro, desenvolvemos algumas atividades contemplando a construção de figuras geométricas, neste momento eles deverão manipular o Geoplano para fazerem figuras que estabeleçam as condições desejadas.

Nesse sentido:

- Construa um quadrado cujo perímetro seja 8 unidades.
- Construa um retângulo cujo perímetro seja 8unidades e cujo lado seja o triplo do outro. Faça o registro.

Para finalizar as manipulações dessa etapa iremos propor aos alunos que analisem duas figuras distintas, para verificar qual delas apresentam o maior perímetro; e com o apoio do Geoplano construam figuras diferentes mais que apresentem perímetros iguais. Assim:

- Qual figura apresenta maior perímetro?



Fonte: Programa de Desenvolvimento Educacional, 2008, p. 32.

- Representem no Geoplano figuras diferentes que apresentam o mesmo perímetro. Registre a solução.

Esperamos que as atividades manipulativas apresentadas contribuam de maneira significativa para a aprendizagem dos alunos, auxiliando-os a compreender o conceito de perímetro de uma figura, assim como sua determinação de forma consciente.

3ª Atividade: Área de figuras planas.

Objetivos específicos:

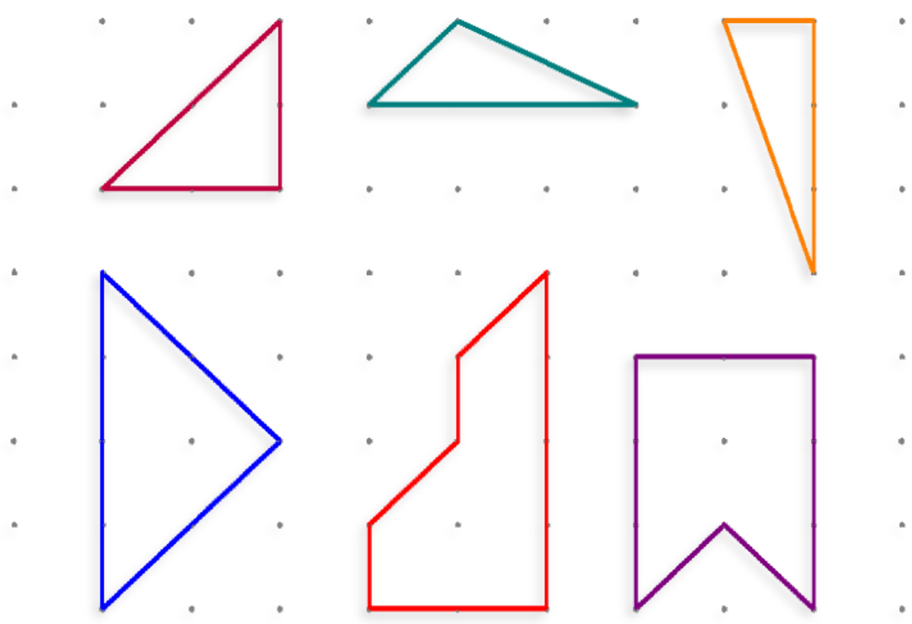
- Compreender que a área de uma figura é a medida de sua superfície;
- Calcular a área das figuras planas

Para iniciarmos nosso estudo a respeito de área de figuras, distribuiremos aos grupos uma folha de atividade, folhas para o registro, dois Geoplanos, elásticos e barbantes coloridos. Nessa etapa, consideraremos a união de quatro pregos mais próximos como a unidade de comprimento.

Esperamos que os alunos consigam compreender que a área de uma figura é a soma de quantos quadrados "cabem dentro" da figura especificada, que figuras distintas podem apresentar áreas iguais e que figuras semelhantes não tem a necessidade de apresentarem a mesma área, almejamos ainda que com os conceitos de perímetro e área construídos, eles consigam diferenciá-los e calculá-los de maneira consciente.

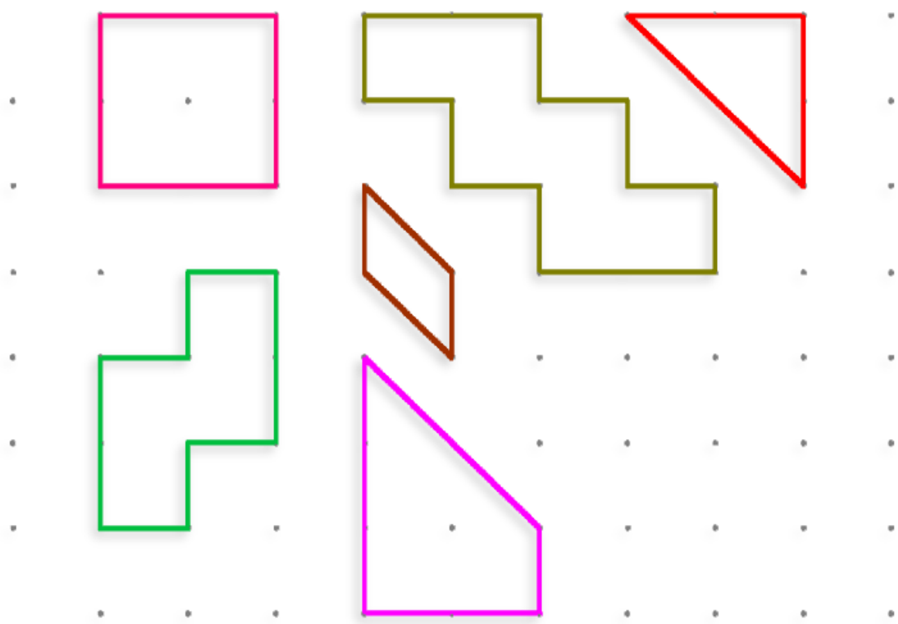
Nesse sentido, elaboramos as seguintes atividades manipulativas:

- ➢ Represente as figuras abaixo no Geoplano e determine suas áreas:



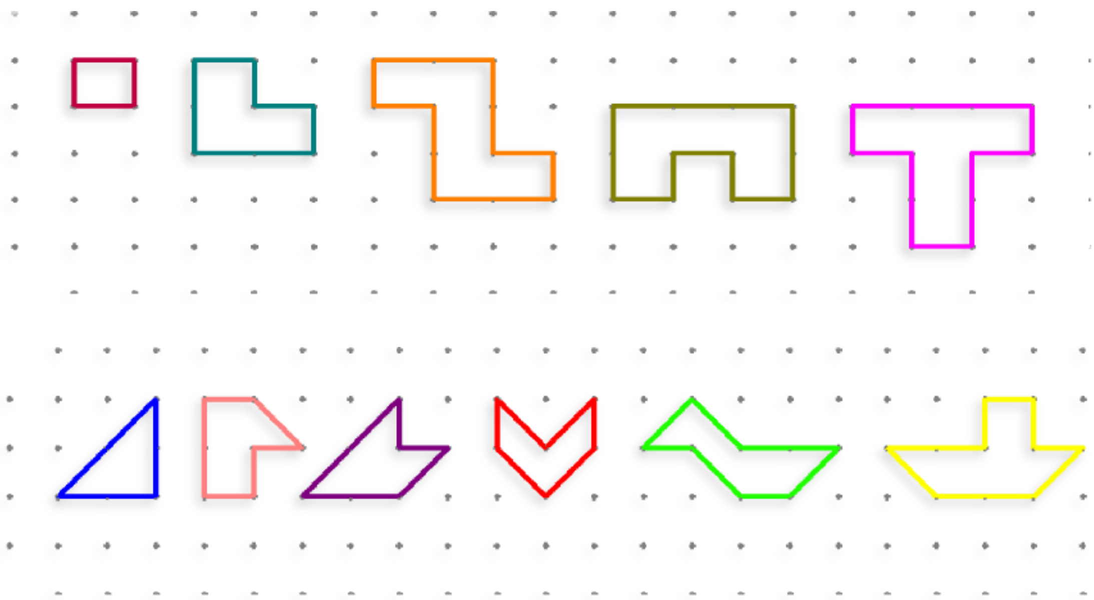
Fonte: Programa de Desenvolvimento Educacional, 2008, p. 33.

- Representem no Geoplano as figuras abaixo e calcule as suas áreas:



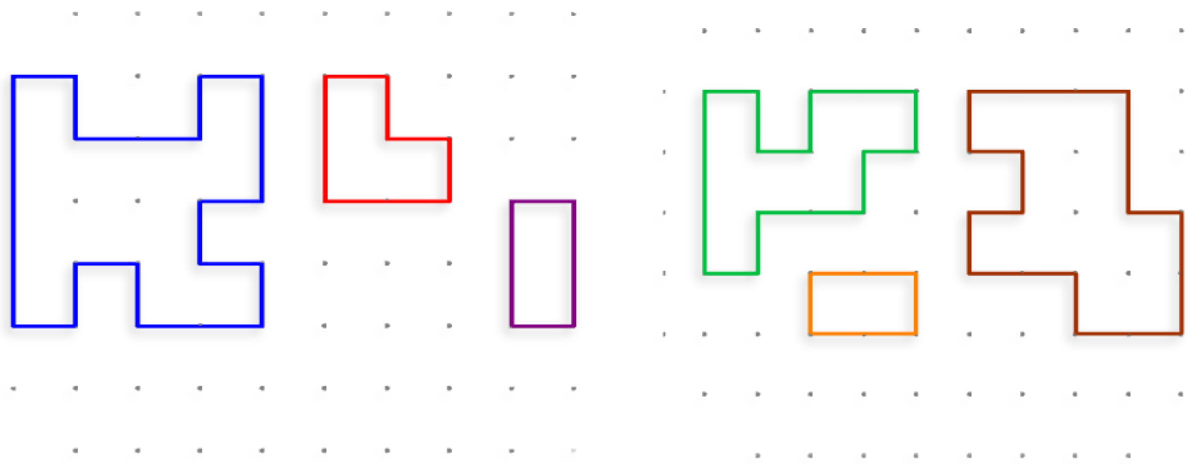
Fonte: Programa de Desenvolvimento Educacional, 2008, p. 34.

- Construa uma figura com área igual a 16 unidades.
- Construa no Geoplano figuras diferentes que apresentem a mesma área. Façam a representação na folha de registro.
- Representem no Geoplano as figuras abaixo e calcule sua área.



Fonte: Probabilidade e Geometria: Uma investigação com alunos universitários.

- Formem no Geoplano, quatro retângulos diferentes de área 12 e determine os respectivos perímetros. Faça o registro.
- Reproduza as figuras abaixo no Geoplano e calcule a área e o perímetro?



Fonte: O uso do geoplano para o ensino de geometria: Uma abordagem através de malhas quadriculadas, p. 4.

Para finalizar as atividades manipulativas iremos propor aos grupos a resolução de um desafio, esperamos que eles consigam generalizar os conceitos de área e perímetro, tornando a aprendizagem dos mesmos uma prática significativa.

Desafio

- Se um lado de um quadrado aumenta o dobro, de quanto aumenta o seu perímetro? E sua área? Se triplicarmos o lado de um quadrado o que acontece com o seu perímetro? E com sua área? Qual a sua conclusão?

7 ANÁLISE DA PRÁTICA

A aplicação dos Materiais Manipuláveis foi realizada em 8 aulas no período de vinte e cinco de setembro a seis de outubro, com os alunos do sétimo ano A (7ªA) do turno matutino da Escola Estadual Lyceu de Goyaz no ano de 2009, localizada na rua Maximiano Mendes, centro, da cidade de Goiás. A sala do sétimo ano é composta por trinta e dois alunos, com média de idade de 13 anos.

Nosso primeiro passo foi verificarmos em qual nível do pensamento geométrico da Teoria de Van Hiele os alunos estavam para melhor nos posicionarmos.

Iniciamos a aula com uma conversa informal, durante a conversa abordamos com os alunos alguns temas a respeito de geometria: o que é geometria, onde podemos ver figuras geométricas no dia a dia, se eles consideram o estudo de geometria difícil.

Alguns alunos argumentaram que geometria é o estudo das formas geométricas, que podemos encontrar estas figuras no cotidiano como em construções de casas e praças, e que acham difícil estudá-la porque não conseguem compreender o porquê da utilização de cada fórmula.

No decorrer da aula expomos aos alunos recortes de uma série de figuras geométricas planas em diferentes tamanhos: triângulos, quadrados, retângulos losangos, paralelogramos, trapézios, círculo. Para melhor visualização colamos essas figuras no quadro de giz. O objetivo dessa atividade foi sabermos se os alunos estavam aptos a reconhecer e nomear as figuras geométricas pela sua forma, neste momento as propriedades de cada figura não estavam sendo consideradas.

Analisando o exposto pelos alunos percebemos que a média da sala apresentava-se no segundo nível do pensamento geométrico de Van Hiele, pois já sabiam reconhecer e nomear as figuras geométricas pela sua aparência global, o que caracteriza o primeiro nível da Teoria.

Buscamos durante a aplicação dos dois materiais manipuláveis escolhidos, o Tangram Original e o Geoplano de vinte e cinco pregos, auxiliarem os alunos na conquista do segundo nível da Teoria de Van Hiele (Análise), que consiste no estudo das figuras geométricas em função de seus elementos e análise de suas propriedades.

Após este contato inicial, passamos para a fase da apresentação do material, expomos o Tangram aos alunos e discorremos um pouco sobre sua popularidade, potencialidade e uma lenda a respeito de seu surgimento. Ao indagarmos aos alunos se eles já tiveram contato com Tangram, alguns relataram que trabalharam com ele em artes.

Quanto à realização das atividades manipulativas, preferimos realizá-las em grupo de quatro alunos, nosso objetivo era que por meio da interação com os colegas os alunos pudessem comunicar e expressar com mais segurança havendo assim mais trocas de experiência entre os componentes dos grupos e em alguns momentos entre os grupos.

Apesar de trabalharmos em grupo, cada aluno tinha seu próprio Tangram, construído por ele mesmo por meio de dobraduras. Durante a construção do Material Manipulável foram relembrados com os alunos alguns conceitos matemáticos, como propriedades das figuras geométricas planas que compõe o Tangram, o conceito de diagonal, ponto médio, segmento, vértice, bissetriz, entre outros.

É importante ressaltar, que nenhuma propriedade nova foi apresentada aos alunos, apenas relembramos com eles algumas propriedades já estudadas em outras ocasiões, reforçando assim algumas características do primeiro nível da Teoria de Van Hiele.

Com o término da construção do Tangram, foi sugerido aos alunos que trocassem as peças do material com os colegas para que todos ficassem com o Tangram colorido.

Com o Tangram construído, passamos para as atividades de descoberta do material, nesta etapa os alunos puderam manipular o Tangram para construírem figuras do seu cotidiano, como coelhos, gatos, pássaros, pessoas, barcos, vacas. Para auxiliar no reconhecimento do Tangram, foram disponibilizados aos grupos algumas das suas inúmeras possibilidades de construções. Todas as figuras apresentavam a colocação de cada peça em destaque, o que facilitava visualizar o posicionamento das mesmas no decorrer das construções.

Os alunos durante as manipulações ficaram entusiasmados e motivados em construírem as figuras propostas, alguns soltaram a imaginação e representaram figuras que não estavam no quadro de exemplos. Esse momento foi importante, pois permitiu aos alunos explorarem o material de forma consciente.

A segunda atividade de construção de figuras cotidianas com o Tangram exigiu dos alunos mais concentração, análise e atenção. Nestas atividades foram apresentados a eles apenas as sombras das figuras para que juntamente com os integrantes do grupo, estudassem o posicionamento de cada peça na figura a ser construída.

Estas atividades despertaram nos alunos um ar de competição, uma vez que eles estavam disputando quem conseguia montá-las primeiro. Apesar disto percebemos que eles apresentaram dificuldades em associar a posição de cada peça do Tangram na montagem da figura desejada.

Para diminuir esta dificuldade, cada grupo depois das devidas manipulações, apresentaram suas construções e explicaram quais os procedimentos empregados na montagem de cada figura aos demais grupos, promovendo assim uma troca de informações entre todos. É importante ressaltar que as figuras as quais os grupos não conseguiram construir, foram manipuladas com os alunos com nosso intermédio.

Esta fase de familiarização com o material a ser trabalhado, conhecida como *informação*, caracterizou a primeira das cinco fases seqüenciais de aprendizagem, que atuaram no decorrer das atividades como auxiliares para a aprendizagem do segundo nível do pensamento geométrico de Van Hiele.

Após o momento de familiarização do material, propusemos aos alunos que manipulassem peças do Tangram, não necessariamente as sete, para construir outras figuras geométricas. Esta etapa da aplicação exigiu um pouco mais de atenção dos alunos, pois eles tiveram que analisar além das propriedades que compunham a figura geométrica a ser construída, quais as propriedades das demais figuras, para ver se uma dada figura poderia ou não ser utilizada naquela construção.

As atividades de exploração do material corresponderam à segunda fase seqüencial da aprendizagem, este momento de *estudo dirigido* foi importante porque possibilitou aos alunos levantarem hipóteses, testarem manipulações durante o processo de descobrimento de propriedades e análise das figuras geométricas, tornando a exploração do material manipulável uma prática consciente.

Determinadas construções demoraram mais para serem visualizadas, como por exemplo, o quadrado de cinco peças e o retângulo de seis peças. Como algumas figuras apresentam mais de uma maneira de construção, cada grupo expôs suas construções para os demais, para isso contaram com o apoio de um Tangam em EVA, no qual foi colocado ímãs em cada peça para serem fixados em uma placa de zinco. Essa troca de informação entre os grupos contribui para que a aprendizagem ocorresse de maneira mais compreensiva, pois os alunos puderam visualizar construções antes não refletidas por eles.

A terceira fase seqüencial da aprendizagem, *explicitação,* ocorreu durante todas as exposições e argumentações das atividades realizadas anteriormente para os colegas. Este momento foi de extrema importância, pois durante o debate e defesa de seus métodos de solução para os demais grupos, os componentes de cada grupo puderam refletir se a sua construção ocorreu de forma correta e se não havia outra solução cabível a determinada atividade. Este momento de apresentação foi necessário para os alunos pensarem sobre o novo conhecimento que estava sendo construído.

Durante as atividades envolvendo o cálculo de área das figuras geométricas, tomando como unidade de comprimento o triângulo pequeno, os alunos no decorrer das manipulações puderam perceber que figuras diferentes podem apresentar a mesma área.

O estudo das atividades investigativas correspondentes a quarta fase seqüencial da aprendizagem, *orientação livre*, foram desenvolvidas para auxiliarem os alunos na percepção da importância do estudo realizado. A proposta destas atividades foi levá-los a perceberem que conhecimentos apresentados em outras atividades poderiam ser aplicados para resolverem as novas atividades, um exemplo foi à determinação da área da casa.

Apesar dessa construção ter exigido do grupo um pouco mais de estudo, por ser apresentada a eles apenas a sombra da casa, a determinação de sua área não foi considerada complicada pela maioria dos grupos, pois já haviam verificado a área de cada peça do Tangram separadamente, logo ao visualizarem que a área total da casa correspondia à soma das áreas das sete peças do Tangram seu cálculo ocorreu sem maiores dificuldades.

Durante o cálculo do perímetro, os grupos analisaram o comprimento de figuras geométricas, observando que figuras de formatos distintos podem apresentar perímetros iguais.

Para finalizar as atividades envolvendo o Tangram, foi proposto aos grupos que construíssem outras figuras que representassem o mesmo perímetro.

Com o término das atividades manipulativas com o Tangram, tivemos outro momento de diálogo e reflexão, no qual revisamos juntamente com os alunos os novos conceitos aprendidos com as manipulações. Está fase de *integração* das atividades caracterizou a última fase seqüencial da aprendizagem, foi um momento de apoio aos alunos para que eles pudessem generalizar os novos conceitos e propriedades estudadas.

Com as atividades envolvendo o Tangram concluídas, avaliamos que a utilização desse material foi proveitosa, percebemos o avanço dos alunos no decorrer das atividades manipulativas, na defesa de suas construções, na melhora da argumentação dos grupos.

As atividades manipulativas com o Geoplano, também foram realizadas em grupo com quatro alunos, a cada grupo foram disponibilizados dois Geoplanos, barbantes e ligas coloridas.

Optamos em levar os Geoplanos já confeccionados, pois como sua estrutura foi feita de uma placa de madeira no qual foram fixados vinte e cinco pregos, não achamos viável a construção do material pelos alunos, devido ao risco de algum acidente.

Após a exposição do material para os alunos e explicação das atividades que iríamos realizar (1° fase seqüencial da aprendizagem), iniciamos as atividades de familiarização com o Geoplano. Neste momento os alunos puderam realizar manipulações para construírem objetos cotidianos.

Nas questões referentes a comprimento, consideramos a união de dois pregos como uma unidade de medida padrão. Na primeira atividade, foi proposto aos alunos que construíssem no Geoplano nove figuras e determinassem seu comprimento se possível.

A finalidade dessa atividade foi verificar se os alunos conseguiriam relacionar as dimensões das figuras com a estrutura do material trabalhado. Durante as manipulações eles perceberam que figuras diferentes podem apresentar o mesmo comprimento. Todos os grupos perceberam que o último item não poderia ser representado no Geoplano. Ao serem questionados o porquê que isso aconteceu, alguns responderam:

- Não dá para fazer porque o Geoplano só tem cinco pregos, e esse aqui tem seis;
- Não consigo fazer a figura no Geoplano porque está faltando um prego;
- Esta figura não pode ser formada, porque ela tem seis pregos na lateral e o Geoplano não.

As demais atividades envolvendo comprimento seguiram a mesma linha com ênfase que a partir desse momento atribuímos ao comprimento o nome de perímetro.

Assim como nas outras atividades os grupos mostraram participativos. Alguns grupos antes de representarem no Geoplano um quadrado de perímetro oito, dividiram o perímetro por quatro, ao serem indagados o porquê deste procedimento, responderam: um quadrado apresenta os quatro lados iguais, logo pra saber quanto irá medir cada lado é só dividirmos seu perímetro por quatro.

Por meio da resolução da questão referente à construção de um retângulo de perímetro oito unidades, onde um lado deveria ser o triplo do outro, os alunos puderam reafirmar que figuras diferentes podem apresentar o mesmo perímetro. As duas últimas atividades desta etapa ocorreram sem maiores dificuldades, pois todos os grupos conseguiram perceber qual figura apresentava maior perímetro, e não precisaram de intervenção para representar no Geoplano figuras distintas com o mesmo perímetro.

Para a realização das atividades envolvendo área de figuras, consideramos a união de quatro pregos como unidade de área. No decorrer das manipulações os alunos puderam relacionar que um quadrado é composto por dois triângulos, que figuras diferentes podem apresentar a mesma área e que a área de uma figura não precisa ser necessariamente um número inteiro.

Para melhor compreensão das áreas, muitos grupos utilizaram o seguinte artifício: com a figura geométrica devidamente construída no Geoplano, manipulavam ligas coloridas para formarem quadrados e triângulos dentro dela, depois analisavam quantos quadrados caberiam dentro da figura.

Esse processo de decomposição possibilitou aos alunos perceberem que para calcularmos a área de uma figura devemos analisar quantas vezes a nossa unidade de medida (quadrado) deverá ser utilizada para recobrir a nossa superfície (figura); e que para calcularmos o seu perímetro devemos considerar apenas o comprimento ou contorno dessa figura.

As fases seqüenciais da aprendizagem de dois a quatro *(Orientação dirigida, Explicitação e orientação livre)* ocorreram simultaneamente, em todos os momentos de descobrimento de novas propriedades ou conceitos; de análise, debate, reflexão e defesa de suas manipulações para os demais grupos e utilizações de propriedades anteriormente estudadas para a resolução de novas questões.

Com o término das atividades manipulativas, desenvolvemos com os alunos um momento de reflexão, enfatizamos algumas perguntas anteriormente questionadas: qual é a importância da geometria no nosso dia a dia, se podemos percebê-la em nosso cotidiano, se o estudo de geometria é difícil. Este momento de revisão caracterizou a quinta fase seqüencial da aprendizagem.

Muitos alunos relataram que gostaram de aprender geometria com os materiais manipuláveis, que as aulas tornaram mais interessantes, que ficaram resolvendo em casa as atividades, que passaram a observar mais as figuras geométricas do cotidiano

Percebemos que muitos alunos gostaram de aprender matemática de um forma diferenciada, apesar de apresentarem meio arredios no inicio das atividades, notamos que a medida que íamos apresentando novas questões, os grupos passaram a se dedicar mais na resolução das mesmas, esse ar de competição entre os grupos possibilitou que estudassem matemática não só na sala de aula, já que muitos grupos se reuniram fora da escola para respondê-las.

Um fator que atrapalhou um pouco o desenvolvimento da prática foi a falta de aulas germinadas, por termos um tempo restrito, o término da aula algumas vezes interrompia o desenvolvimento de determinada atividade, a qual era retomada na aula seguinte para continuarmos as reflexões que por ventura não foram concluídas.

Com o término das atividades notamos que os alunos conseguiram alcançar o segundo nível da Teoria de Van Hiele, eles estavam mais confiantes e seguros para estudar matemática, alguns falaram: pensei que estudar geometria era mais difícil, que com atividades como as apresentadas fica mais fácil entender porque de cada propriedade, que agora consigo diferenciar perímetro de área.

Enfim, após refletirmos a aplicação percebemos que investir em metodologias diferenciadas, amparadas com um bom planejamento sobre sua verdadeira intencionalidade é importantes para desenvolvermos um ensino de geometria compreensiva, uma vez que durante as manipulações o conhecimento é construído pelo próprio aluno e não imposto a ele.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ensinar geometria não é uma tarefa fácil, pois a maioria dos alunos a consideram complicada e sem significado. Com base nisso, desenvolvemos este trabalho na tentativa de diminuir este “pré-conceito” em relação à geometria buscando tornar seu ensino uma prática diferenciada e acima de tudo compreensiva para os alunos.

Confirmamos neste trabalho que os materiais manipuláveis contribuem para o desenvolvimento da aprendizagem geométrica. No início da aplicação percebemos que muitos alunos apresentavam receios com relação à disciplina, muitos, antes de manipularem o material apresentavam arredios, mas com as atividades em andamento fomos percebendo que aos poucos o medo inicial foi dando lugar a curiosidade, questionamentos, reflexões, levantamento de hipóteses e teste de soluções.

No decorrer das atividades percebemos que a utilização do Tangram e do Geoplano possibilitou que o estudo de área e perímetro de figuras planas ocorresse de maneira significativa. A utilização desses Materiais Manipuláveis auxiliou os alunos a desenvolverem uma maior percepção de espaço, um maior desenvolvimento do pensamento geométrico, assim como contribuiu para refletirem sobre a importância da geometria no cotidiano e a aperfeiçoarem sua capacidade investigativa, não só em geometria, já que esta ciência auxilia a aprendizagem de muitos outros conteúdos matemáticos.

Reafirmamos também que a implantação de recursos como estes exige do professor um cuidado especial, pois nem todos os alunos irão desenvolver no mesmo ritmo, logo o professor deve estar atento para ajudar aqueles que por ventura apresentarem dificuldades durante a aplicação, intervindo, questionando os alunos, auxiliando-os na construção de estratégias e conceitos quando necessário.

Percebemos que um entrave para a utilização dos Materiais Manipuláveis é a falta de recurso financeiro apresentado por muitas escolas. Os Materiais Manipuláveis abordados neste trabalho foram confeccionados com nosso próprio recurso, uma vez que a escola campo não podia custear a verba para a construção do Tangram e do Geoplano.

Apesar de alguns contratempos ocorridos, confirmamos que o emprego de Materiais Manipuláveis utilizado nas aulas de geometria, com base em um planejamento adequado, é sem dúvida uma alternativa para facilitar a relação existente entre alunos, professores e conhecimento durante o processo de ensino-aprendizagem, uma vez que no decorrer das atividades o aluno tem a oportunidade de deixar de ser passivo para se tornar atuante na aquisição do seu próprio conhecimento.

Sabemos que mudar a forma como estamos acostumados a trabalhar é complicado, apesar disto esperamos que este trabalho traga a tona questionamentos e reflexões sobre o verdadeiro significado da aprendizagem, auxiliando a compreender que as vezes é necessário lançar novos olhares para conquistarmos um ensino de qualidade.

REFERÊNCIAS

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e educação matemática.** 3. Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. 2ª Edição – tradução: Elza F Gomide. São Paulo: Editora Edgard Blucher, 1996.

D' AMORE, Bruno. **Elementos de Didática da Matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2007.

DUARTE, Isabel. **Geometria Utilizando Materiais Manipuláveis.** Disponível em: <http://www.ipv.pt/millenium/Millenium24/6.pdf> Acesso em: 28/07/2008.

FAINGUELERMT, Estela Kaufman. **Educação matemática, representação e construção em geometria.** Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

FIORENTINE, D; Miorim, M.A.**Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino de matemática**.Boletim da SBEM-SP ano 4 - n°7.

KALEFF, Ana Maria; et al. **Desenvolvimento do Pensamento Geométrico - O modelo de Van Hiele.** Disponível em: <http:// www.uff/leg/publicações/revistas> Bolema 94 - Van Hiele – site pdf. Acesso em 6/04/2009 às 14h48min.

LEIVAS, José Carlos Pinto. **Geoplano.** Fundação Universidade Federal do Rio do Grande- FURG. Disponível em: <http://matematikos.psico.br/geoplan.pdf> Acesso em: 28/07/09 às 15h18min.

LORENZATO, Sergio. **Por que não ensinar geometria?** A Educação Matemática em Revista. SBEM, 1° Sem. 1995.

LORENZATO, Sergio. (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores.** Campinas, São Paulo: Autores Associados, 2006.

MIORIM, Maria Ângela: **Introdução à história da educação matemática.** São Paulo: Editora Atual, 1998.

MIZUKAMI, Maria da graça n. **Ensino: As abordagens do processo**. São Paulo: EPU, 1986.

NACARATO, Adair Mendes**. *Eu trabalho primeiro no concreto*.** Boletim da SBEM-SP ano 9 (2004-2005), p.1.- 6.

NASSER, L; SANT´ANNA, N.P. (Coords). **Geometria Segundo a Teoria de Van Hiele.** 3 ed. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, SPEC, PADCT/ CAPES, 2000.

PAIS, Luiz C. **Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria.** In: Reunião Anped, 23. Caxambu/MG, Anped. Disponível em:

<http://www.ansped.org.br/reuniões/23/trabtit2>. Acesso em 14/01/2008 às 14h55min.

Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/ Secretaria de Educação Fundamental. – 2 ed.– Rio de Janeiro: DP e A, 2000.

PASSOS, C.L.B; GAMA,R;COELHO,M.V.M. **Laboratório de ensino de matemática na atuação e na formação inicial de professores de matemática.** Disponível em: <http//www.alb.com.br/anais16/sem15dpf/sm15ss03_04.pdf> Acesso em: 28 de julho de 2008 às 10h44min.

RABATONE, Luiz Fernando. **Tangram pluzzle quebra-cabeça.** Disponível em: <http://ifolclore.com.br> Acesso em: 18/5/2009 às 10h30min

Quatro pilares os alicerces da educação de infância. Disponível em< http://4pilares.zi-yu.com/?page_id=226.> Acesso em: 22/08/2009 às 10h32min.

ANEXOS

ANEXO A

Fotos da aplicação das atividades manipulativa na Escola Estadual Lyceu de Goyaz:

Fonte: Escola Estadual Lyceu de Goyaz, outubro de 2009.

Construção do Tangram em dobradura/ Reconhecimento do material a ser trabalhado

Fonte: Alunos do 7°A da Escola Estadual Lyceu de Goyaz, outubro de 2009

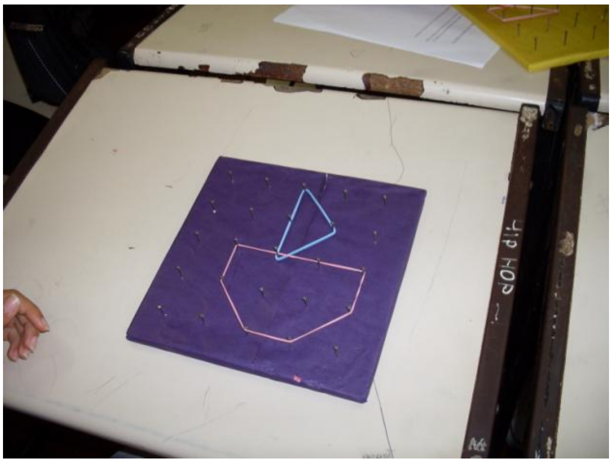
Exploração do material

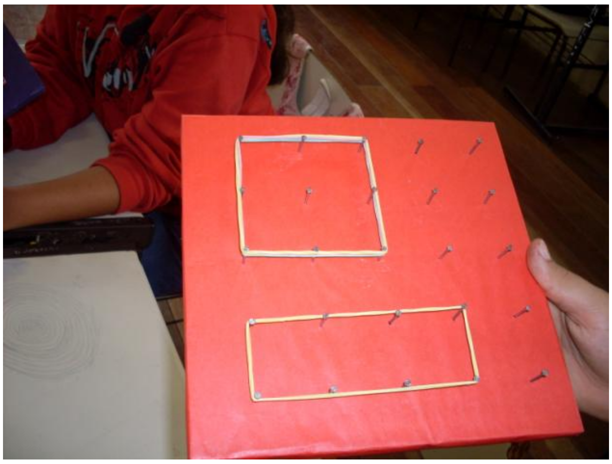
Fonte: Alunos do 7°A da Escola Estadual Lyceu de Goyaz, outubro de 2009.

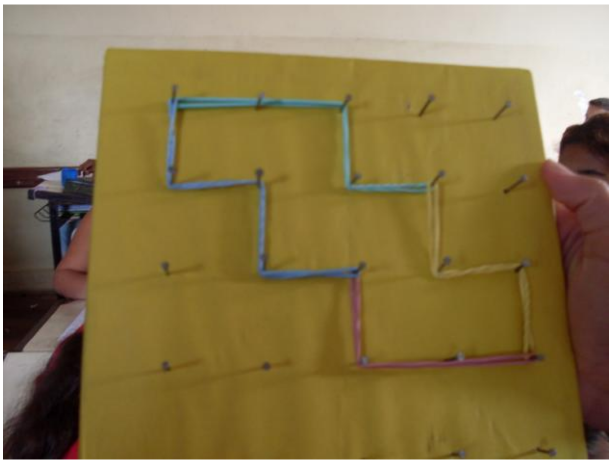
Exploração das figuras, perímetro e área

Fonte: Alunos do 7°A da Escola Estadual Lyceu de Goyaz, outubro de 2009

Atividades envolvendo o Geoplano







Fonte: Alunos do 7°A da Escola Estadual Lyceu de Goyaz, outubro de 2009

ANEXO B

RESPOSTAS DAS ATIVIDADES

Atividade de reconhecimento do nível de Van Hiele

De a nomenclatura das seguintes figuras:

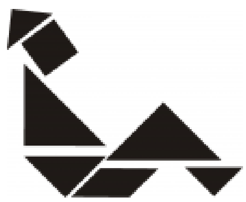
Quadrado, retângulo, triângulo, trapézio, losango, circunferência, paralelogramo, triângulo, trapézio e triângulo.

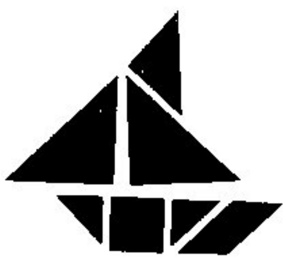
Atividades manipulativas com o Tangram

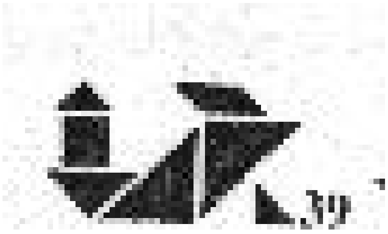
- Segunda atividade:

Algumas soluções são:

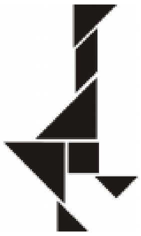




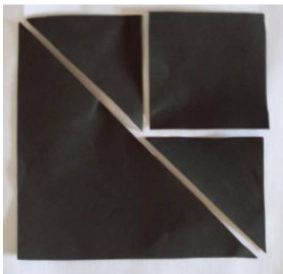






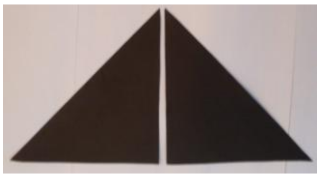
Terceira atividade

a. Com quatro peças do Tangram forme um quadrado de três maneiras diferentes, desenhe a solução;


b. Com duas peças do Tangram construa paralelogramos e triângulos. Desenhe as soluções:

Para as construções do triângulo e do paralelogramo, podemos utilizar dois triângulos pequenos ou dois triângulos grandes




c. Construa um quadrado utilizando:

❖ Duas peças

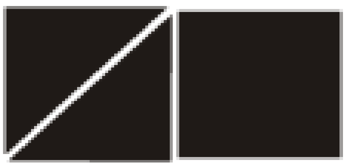
❖ Três peças

❖ Cinco peças

d. Embaralhe as sete peças do Tangram e monte o quadrado novamente;

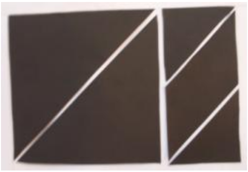
e. Construa, e registre em seu caderno um retângulo utilizando:

➢ Três peças;

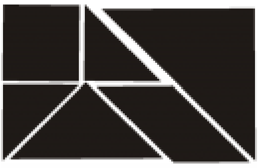


➢ Quatro peças;

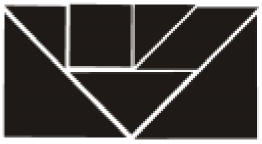
➢ Cinco peças;



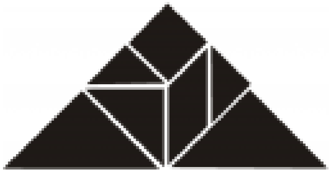
➢ Seis peças;



- Sete peças.

f. Com as sete peças do Tangram monte um triângulo,

- Tomando como unidade de área o triângulo pequeno, verifique qual é a áreas das seguintes figuras.
  - Triângulo médio: 2 u.a
  - Quadrado: 2u.a
  - Paralelogramo: 2 u.a
  - Triângulo grande: 4 u.a

Construa a figura abaixo e verifique qual é a área da casa.

Como a casa é formada por todas as setes peças do Tangram, temos:

Ac = 2TG+2TP+1TM+1P+1Q

Ac = 2.(4TP) + 2TP + 1.(2TP) + 1.(2TP) + 1.(2TP)

Ac = 8TP + 2TP + 2TP + 2Tp + 2Tp

Ac = 16TP ou Ac = 16 u.a

- Calcule o perímetro das seguintes figuras:

Triângulo médio:

$P_{TM} = 2 + 2{,}8 + 2 + 2{,}8$

$P_{TM=} 9{,}6\ u.c$

Triângulo grande;

$P_{TG} = 2 + 2 + 2{,}8 + 2{,}8 + 2 + 2$

$P_{TG=} 13{,}6\ u.c$

Quadrado;

$$P_Q = 2 + 2 + 2 + 2$$

$$P_Q = 4\ u.c$$

Paralelogramo.

$$P_p = 2 + 2{,}8 + 2 + 2{,}8$$

$$P_p = 9{,}6\ u.c$$

- Construa outras figuras que possuam a mesmo perímetro. Desenhe as soluções.

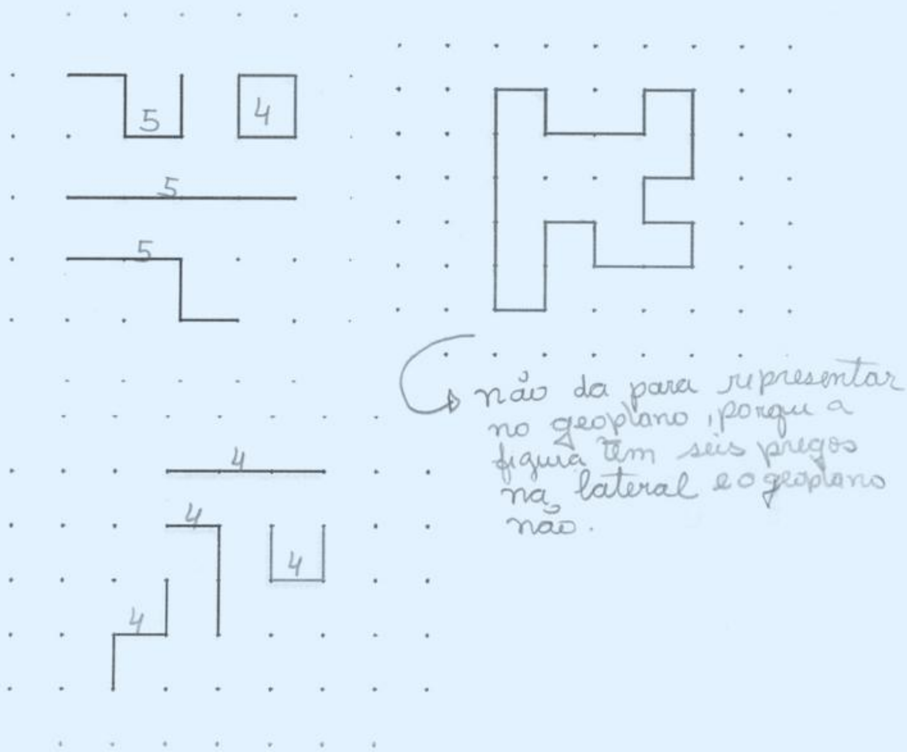
  Resposta pessoal

ANEXO C

Atividades manipulativas com o Geoplano

Atividade 2: Comprimento e Perímetro.

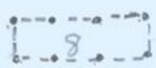
1. Faça as representações abaixo no Geoplano, se possível, e determine seu perímetro. Se não for possível fazer a representação no Geoplano, justifique.

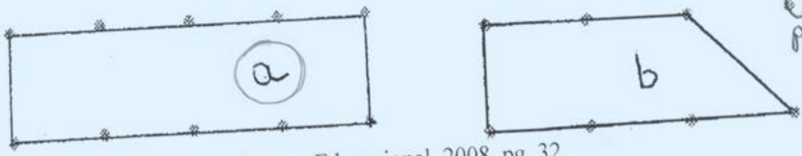


Fonte: Programa de Desenvolvimento Educacional, 2008, p. 33-31.

2. Construa um quadrado cujo perímetro seja 8 unidades.

3. Construa um retângulo cujo perímetro seja 8unidades e cujo lado seja o triplo do outro. Faça o registro.



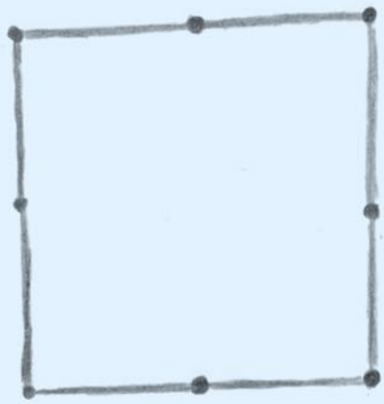


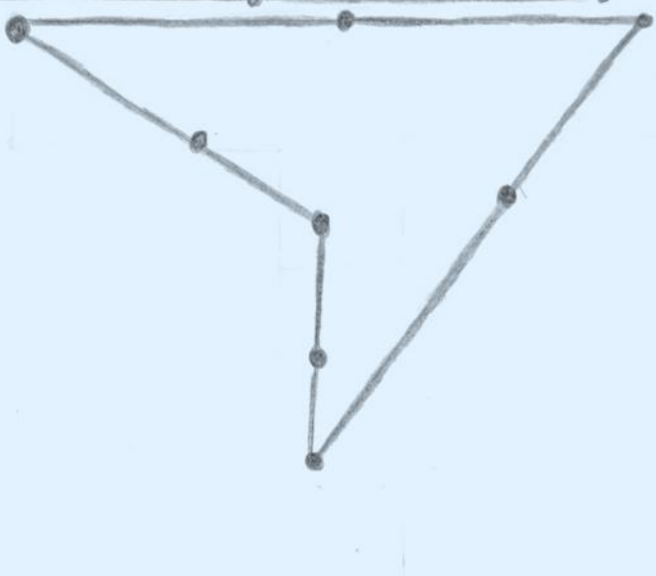
O retangulo pois tem maior perimetro

Fonte: Programa de Desenvolvimento Educacional, 2008, pg. 32.

4. Representem no geoplano figuras diferentes que apresentam o mesmo perímetro.

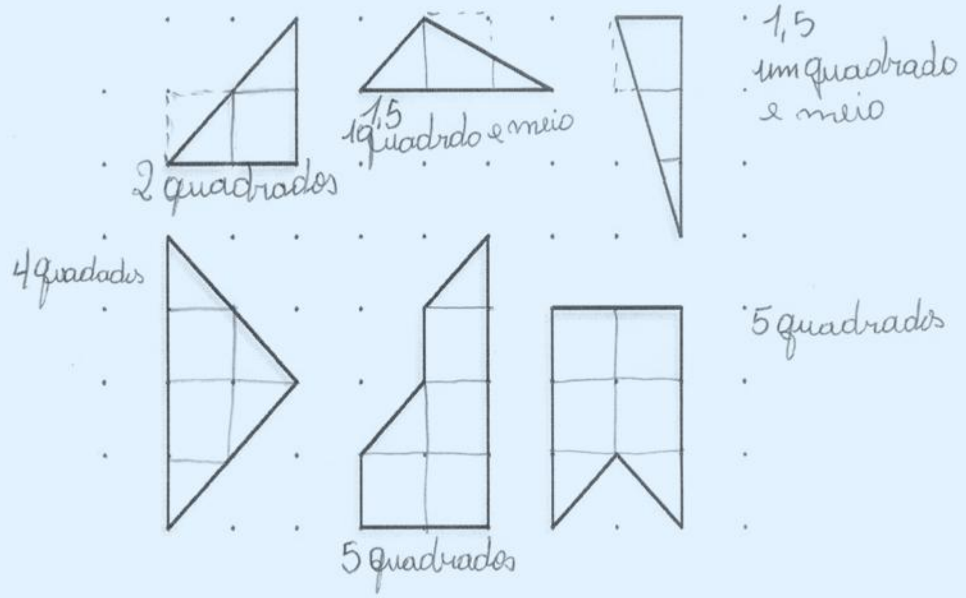
   Registre a solução no caderno.





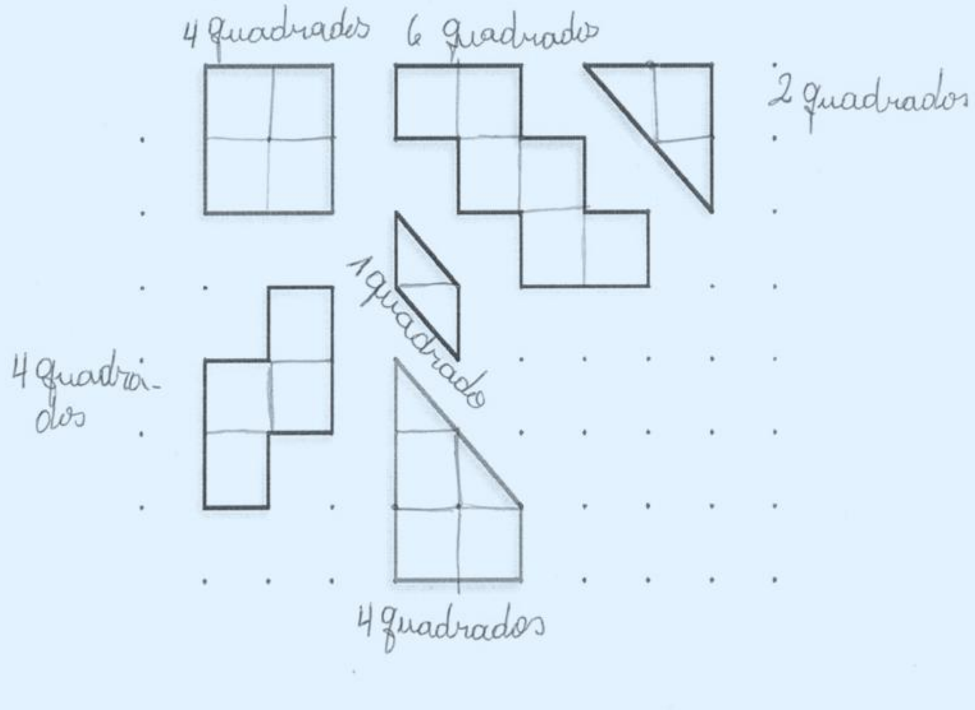
Atividade 3: Área de figuras planas.

1. Represente as figuras abaixo no geoplano e determine suas áreas:



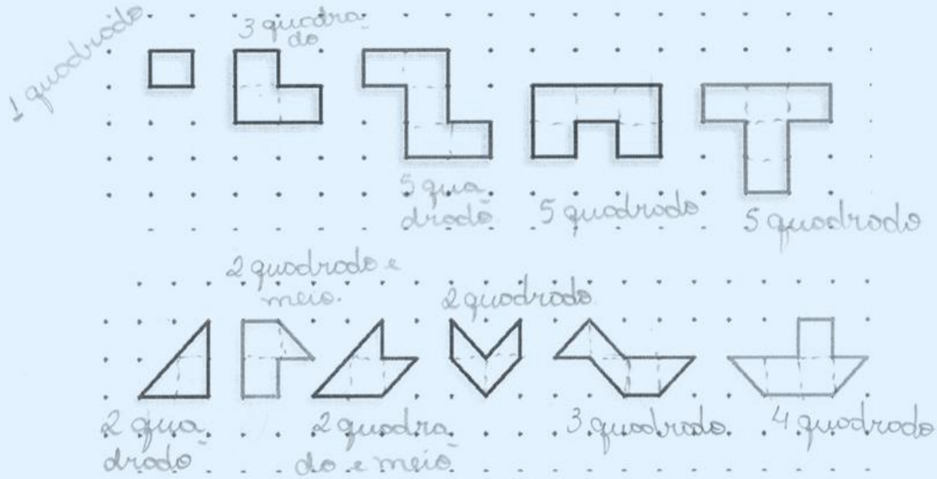
Fonte: Programa de Desenvolvimento Educacional, 2008, p. 33.

2. Representem no Geoplano as figuras abaixo e calcule as suas áreas:



4. Construa no geoplano figuras diferentes que apresentem a mesma área. Façam a representação na folha de registro.

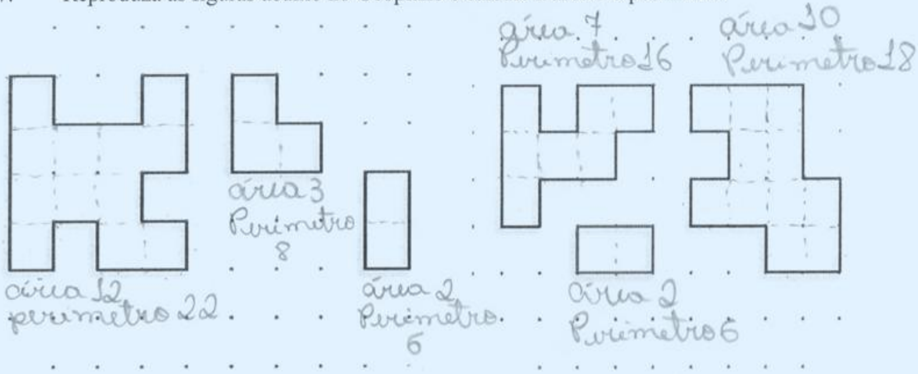
5. Representem no geoplano as figuras abaixo e calcule sua área.



Fonte: Probabilidade e Geometria: Uma investigação com alunos universitários.

6. Formem no geoplano, quatro retângulos diferentes de área 12 e determine os respectivos perímetros. Faça o registro.

7. Reproduza as figuras abaixo no Geoplano e calcule a área e o perímetro?



Fonte: O uso do geoplano para o ensino de geometria: Uma abordagem através de malhas quadriculadas, p. 4.