

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS
CÂMPUS NORTE
UNIDADE UNIVERSITÁRIA DE PORANGATU
CURSO DE MATEMÁTICA**

**MARIA LUIZA BATISTA CARDOSO
UIGOR RAMIRO DE SOUZA**

A MATEMÁTICA NA ARTE: UM ESTUDO SOBRE A PROPORÇÃO ÁUREA

**PORANGATU-GO
DEZ./2023**

Maria Luiza Batista Cardoso
Uigor Ramiro de Souza

A MATEMÁTICA NA ARTE: UM ESTUDO SOBRE A PROPORÇÃO ÁUREA

Trabalho de Curso apresentado em cumprimento parcial às exigências da disciplina de Trabalho de Curso II, referente ao curso de graduação em Matemática da Universidade Estadual de Goiás – UnU de Porangatu, como pré-requisito à obtenção do título de licenciado, sob orientação do professor (a): Fabriny Aparecida Souza Mesquita.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da UEG
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

CC268 Cardoso, Ramiro , Maria Luiza, Uigor
,
R173m A Matemática na arte: um estudo sobre a proporção
 áurea / Maria Luiza, Uigor Cardoso, Ramiro ;
 orientador Fabriny Mesquita . -- Porangatu-go , 2023.
 25 p.

 Graduação - Matemática -- Unidade de Porangatu,
 Universidade Estadual de Goiás, 2023.

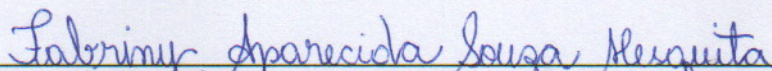
 1. A definição da Proporção Áurea . 2. A interação
 entre a Arte e a Matemática.. 3. A aplicação da
 proporção áurea no ensino da matemática. I. Mesquita ,
 Fabriny , orient. II. Título.

MARIA LUIZA BATISTA CARDOSO
UIGOR RAMIRO DE SOUZA

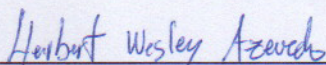
A MATEMÁTICA NA ARTE: UM ESTUDO SOBRE A PROPORÇÃO ÁUREA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como parte do requisito para a obtenção do título de Licenciada em Matemática, pela Universidade Estadual de Goiás – Campus Norte – Unidade Universitária de Porangatu.

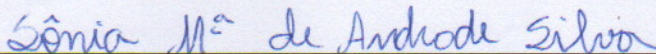
Aprovada em 14 de dezembro de 2023, pela Banca Examinadora constituída pelos professores:



Prof. Espec. Fabríny Aparecida Souza Mesquita - Orientadora
Universidade Estadual de Goiás



Prof. Me. Herbert Wesley Azevedo - Avaliador
Universidade Estadual de Goiás



Prof. Espec. Sônia Maria de Andrade Silva - Avaliadora
Universidade Estadual de Goiás

A MATEMÁTICA NA ARTE: UM ESTUDO SOBRE A PROPORÇÃO ÁUREA¹

Maria Luiza Batista Cardoso²
Uigor Ramiro de Souza³
Fabriny Aparecida Souza Mesquita⁴

RESUMO

A relação entre a matemática e a arte, particularmente no contexto da proporção áurea, é um tema intrigante para inúmeras investigações. Essa conexão desperta um interesse duradouro e revela como campos aparentemente distintos se entrelaçam de maneira surpreendente, proporcionando uma compreensão mais profunda de ambos. Várias perspectivas são exploradas nessa busca pela harmonia entre a matemática e a arte. No âmbito geral deste artigo, buscou criar uma estrutura prática para o ensino do conceito matemático da proporção áurea. Isso possibilita que, na prática escolar, os alunos compreendam a conexão entre a matemática e o mundo real. É crucial destacar que a pesquisa bibliográfica desempenha um papel fundamental neste estudo, fornecendo uma base de conhecimento teórico sobre a relação entre matemática e arte, com ênfase na proporção áurea. O trabalho inicia-se com uma introdução à proporção áurea, realçando sua relevância histórica e sua aplicação em obras de arte. Em seguida, é demonstrado a identificação dessa proporção na natureza. Posteriormente, propõe-se uma sequência didática que detalha o planejamento de quatro aulas destinadas a envolver ativamente os alunos no processo de aprendizado. A seleção deste tema sublinha a estreita ligação entre a proporção áurea, a arte e a natureza, com o propósito de estimular o interesse dos alunos por meio de práticas aplicadas ao tema. Essa escolha tem raízes na convicção de que a abordagem interdisciplinar na educação é um veículo eficaz para fomentar o pensamento crítico, a criatividade e uma compreensão aprofundada dos conceitos matemáticos.

Palavras-chave: Matemática. Arte. Proporção Áurea. Sequência Didática. Ensino Médio.

¹ Trabalho apresentado como requisito parcial para obtenção de nota e conclusão do Curso de Matemática, da Universidade Estadual de Goiás, Campus Norte, Unidade Universitária de Porangatu.

² Acadêmica do Curso de Matemática, da Universidade Estadual de Goiás, Campus Norte, Unidade Universitária de Porangatu. E-mail: cardosomarialuisa209@gmail.com.

³ Acadêmico do Curso de Matemática, da Universidade Estadual de Goiás, Campus Norte, Unidade Universitária de Porangatu. E-mail: uigor85850@gmail.com.

⁴ Professora do Curso de Matemática, da Universidade Estadual de Goiás, Campus Norte, Unidade Universitária de Porangatu. E-mail: fabriny.mesquita@ueg.br.

INTRODUÇÃO

A interação entre Matemática e Arte é um campo de exploração verdadeiramente fascinante. Neste estudo, buscou-se identificar a proporção áurea como um conceito que une tanto os aspectos matemáticos quanto estéticos dentro da geometria. Conforme observam Tomaz e David (2008), a proporção áurea se destaca como um notável exemplo de harmonia matemática que permeia o mundo da Arte. Ao estabelecermos uma conexão próxima com o domínio da Arte, os conceitos matemáticos ganham novos significados, fortemente ligados ao contexto em que são aplicados, o que resulta em uma aprendizagem que se insere diretamente na Matemática.

A aplicação da proporção áurea como uma abordagem interdisciplinar no ensino da matemática é amplamente explorada e reconhecida como uma ferramenta poderosa para aprimorar as habilidades cognitivas dos estudantes. A harmonia intrínseca da proporção áurea se assemelha a uma sinfonia matemática, encantando tanto os olhos quanto a mente, despertando um profundo fascínio. Um exemplo notável pode ser encontrado no trabalho do matemático italiano Luca Pacioli, por volta de 1509, quando ele expressa sua grande admiração por esse número místico ao escrever o livro "Divina Proportione" (Bertato, 2010). Nessa obra, Pacioli explora as proporções divinas presentes na natureza, compartilhando suas descobertas com o mundo.

D'Ambrosio (1998, p. 29-34) destaca que "a aplicação da proporção áurea no ensino da matemática desempenha um papel crucial na promoção de uma abordagem interdisciplinar capaz de impulsionar o desenvolvimento das habilidades cognitivas dos estudantes". Além disso, ao incorporar a proporção áurea nas propostas pedagógicas em Educação Matemática, rompemos com as abordagens tradicionais, criando um ambiente propício para o questionamento e o diálogo, resultando em momentos enriquecedores de compartilhamento de ideias e em aulas verdadeiramente significativas.

Neste estudo é realizado uma abordagem metodológica que busca adotar a pesquisa bibliográfica. Nosso objetivo é analisar como a proporção áurea está presente tanto na natureza quanto nas obras de arte, evidenciando sua importância

histórica e estética. Além disso, é discutido as aplicações interdisciplinares da proporção áurea no ensino da matemática e sua influência em campos como a arquitetura, biologia e geometria.

Assim, o presente artigo está dividido em três capítulos. No primeiro, explorou-se a conexão entre a Matemática e a Arte, com destaque para a proporção áurea como o elemento central dessa relação, analisando como a proporção áurea está presente tanto na natureza quanto nas obras de arte. Além disso, no capítulo seguinte, discutiu-se a proporção áurea em sua definição, seguido das aplicações interdisciplinares no ensino da matemática e sua influência em campos distintos, realizando um estudo bibliográfico evidenciando essa análise examinando artigos que abordam a proporção áurea e suas implicações, consolidando assim as informações apresentadas ao longo do artigo. Adicionalmente, para uma compreensão mais ampla, apresentou-se uma proposta de sequência didática, que sugere quatro aulas planejadas para envolver os alunos ativamente no processo de aprendizado, proporcionando uma visão ampla de como esse conceito matemático é uma poderosa ferramenta na criação da harmonia visual e estética.

Esta sequência didática, cujo embasamento se encontra no artigo intitulado "A Proporção Áurea na Fotografia: Uma Proposta de Ensino" de autoria de Amaury da Costa Franco, publicado em 2021 pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Goiano, direciona-se para os alunos da primeira série do Ensino Médio. O objetivo desta sequência é explorar como as obras de arte e elementos da natureza podem se transformar em eficazes ferramentas de ensino, facilitando a compreensão da geometria e da Proporção Áurea.

O intuito é promover a observação, o desenvolvimento do pensamento crítico e a aplicação prática de conceitos matemáticos. Para atingir esse propósito, a sequência foi dividida em quatro aulas, cada uma com a duração de 50 minutos.

1 UMA CONEXÃO ENTRE A ARTE E A MATEMÁTICA

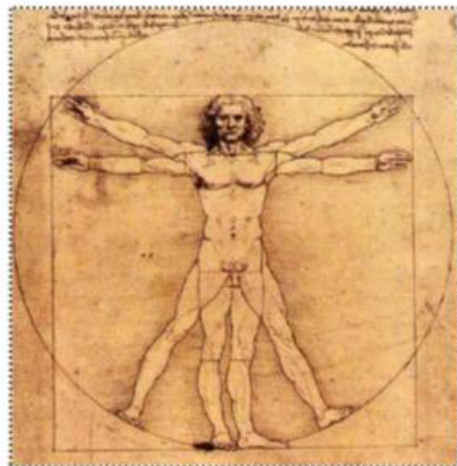
A relação entre a matemática e a arte, em particular a proporção áurea, é tema de diversos estudos, como os de Markowsky (1992) e Livio (2002), que exploram as

possibilidades dessa temática para o ensino e a aprendizagem. De acordo com Doczi (1990), a relação entre as duas áreas é evidenciada por meio da proporção áurea, um número que representa uma harmonia estética.

A matemática desempenha um papel fundamental em diversas formas de arte, estendendo sua influência a áreas como a pintura renascentista, onde artistas como Leonardo da Vinci exploram princípios matemáticos para criar obras de grande impacto visual (Vaz, 2013).

Martins (2008) afirma que, por volta de 1500, Leonardo da Vinci descobriu que o corpo humano obedece à proporção áurea e decidiu fazer uso do número áureo em suas obras. A busca pela perfeição e harmonia está claramente presente em duas de suas mais famosas criações, o Homem Vitruviano (1490), conforme a figura 1:

Figura 1 - O homem Vitruviano.



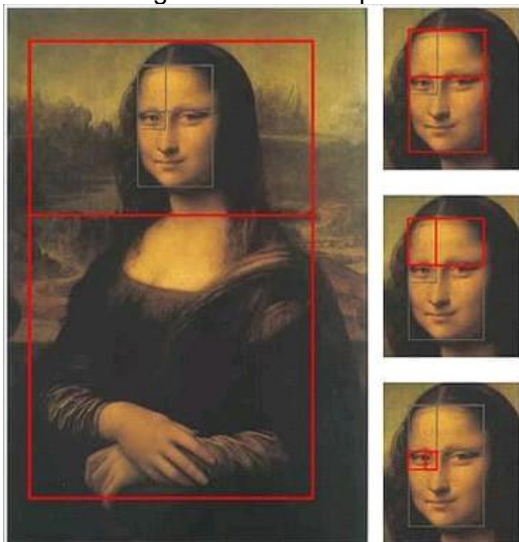
Fonte: Oliveira e Ferreira (2010, p.71)

A explicação do uso da proporção áurea na obra acima, de acordo com Chaves (2008, p.22-23), é que:

Um antebraço ou cúbito é a largura de seis palmos; Um passo é quatro antebraços; A longitude dos braços estendidos de um homem é igual à altura dele; [...] A distância do fundo do queixo para o nariz é um terço da longitude da face; A distância do nascimento do cabelo para as sobrancelhas é um terço da longitude da face.

Além disso, pode-se citar o quadro Mona Lisa (1507) (figura 2) também de Leonardo da Vinci.

Figura 2 - Os retângulos áureos no quadro de Mona Lisa.



Fonte: Franco (2021, p. 9)

A excelência dos desenhos de Leonardo da Vinci revela seus conhecimentos matemáticos, bem como a utilização da razão áurea como garantia de uma perfeição, beleza e harmonia únicas. Um exemplo é a tradicional representação do homem em forma de estrela de cinco pontas de Leonardo, inspirada no pentágono regular e estrelado inscrito na circunferência (Belussi; Barison, S.D., p.4, 2014).

Nas esculturas, é encontrado exemplos como Michelangelo, que aplica a proporção áurea para alcançar um equilíbrio estético nas proporções de suas obras, conferindo-lhes uma harmonia visual marcante. Já na arquitetura, é evidente a presença de princípios geométricos e proporções matemáticas nos projetos arquitetônicos, resultando em construções que se destacam pela sua estética deslumbrante (Vaz, 2013). Esses exemplos ilustram claramente o papel essencial desempenhado pela matemática na criação artística.

De acordo com a pesquisa de Véri e Lemes (2023), intitulada "A Matemática de Da Vinci: Aplicação da Razão Áurea e da Geometria nas Obras de Arte do Renascimento e do Barroco", a razão áurea desempenha um papel significativo nas obras de arte desse período. Esse estudo ressalta a importância da matemática na produção artística, destacando a presença marcante da razão áurea como uma ferramenta essencial nesse contexto criativo.

Diversos autores já estudam a razão áurea e suas propriedades. Segundo Livio (2002), por exemplo, a razão áurea é um conceito matemático que remonta aos tempos antigos e já era utilizado por vários matemáticos, como Euclides, Fibonacci e Kepler. O mesmo autor ainda afirma que a razão áurea é encontrada em diversas

áreas, desde a natureza até a arte, e sua presença pode ser explicada por sua relação com a geometria fractal (Livio, 2002).

Ainda de acordo com Livio (2006), a razão áurea é um conceito matemático que desperta o interesse de diversas áreas do conhecimento humano, incluindo a arte, a biologia, a física e a geometria. Segundo o autor, essa proporção é capaz de despertar no espectador uma sensação de agradabilidade e equilíbrio estético, o que a torna uma ferramenta valiosa para os artistas que desejam criar obras impactantes.

Já Ghyka (1977) também aborda a razão áurea, destacando sua importância na arte e na arquitetura. Ele ainda afirma que a razão áurea é responsável por muitas das proporções harmoniosas encontradas em obras de arte e edifícios arquitetônicos, sendo considerada por muitos como a proporção mais agradável aos olhos humanos (Ghyka, 1977).

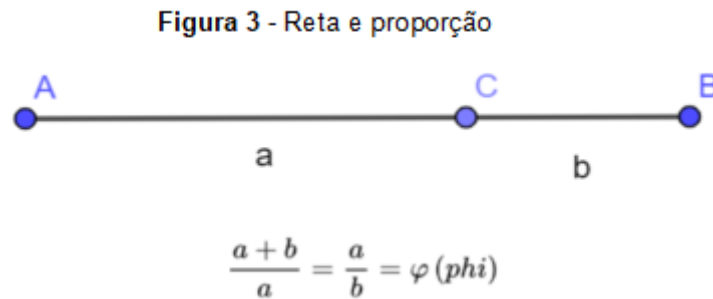
2 A PROPORÇÃO ÁUREA

Segundo Alexander (1977), a proporção áurea é considerada a mais bela de todas as proporções devido à sua simplicidade. O autor ressalta que essa proporção está presente em diversas formas e estruturas que são percebidas como belas e agradáveis aos olhos humanos, desde a organização das folhas em uma planta até as proporções do corpo humano e da arquitetura clássica. A presença da proporção áurea nessas manifestações naturais e artísticas reforça sua importância como um princípio estético universalmente reconhecido.

2.1 Definição

A Proporção Áurea, simbolizada pela letra grega ϕ (phi) com um valor aproximado de 1,618, é uma constante matemática explorada historicamente por diversos matemáticos, como os já mencionados anteriormente (Livio, 2002). Sua definição matemática baseia-se na relação entre duas quantidades, a maior (a) e a

menor (b), de modo que a razão entre a soma delas e a maior seja igual à razão entre a maior e a menor, conforme expresso por Euclides: "Diz-se que uma linha reta é cortada na razão extrema e média quando, assim como a linha toda está para o maior segmento, o maior segmento está para o menor" (Euclides *apud* Livio, 2006) (figura 3).



Fonte: Autores (2023).

Essa proporção é notável por sua presença na natureza e na arte, podendo ser observada na forma espiral de conchas de moluscos, na disposição de folhas em plantas e sendo incorporada em estruturas arquitetônicas e obras de arte, conforme afirma Livio (2006). Segundo Huntley (1985, p.37):

Sugeriu-se, no início do século XX, que a letra grega φ , a letra inicial do nome de Fídias, fosse adotada para designar a razão áurea. A ubiquidade do φ (fi) na matemática despertou o interesse de muitos matemáticos na Idade Média e durante a Renascença. Em 1509, foi publicado um tratado de Luca Pacioli, *De Divina Proportione*, ilustrado por Leonardo da Vinci.

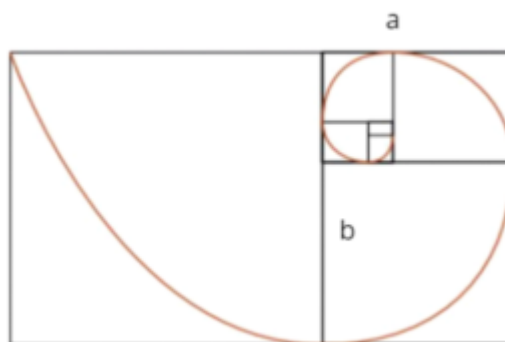
Portanto, a Proporção Áurea é uma constante matemática que desempenha um papel fundamental na criação de estética harmoniosa e está associada a diversos conceitos (Livio, 2006). Esta relação matemática única transcende as fronteiras tradicionalmente definidas entre Matemática e Arte, demonstrando sua importância e relevância em várias disciplinas.

Essa proporção influenciou matemáticos relevantes como Pitágoras, Euclides e o matemático italiano Leonardo de Pisa, mais conhecido como Fibonacci (Huntley, 1985). "Além disso, alguns outros estudiosos acreditavam que a proporção áurea apresentasse alguma mensagem de Deus, já que está presente em distintos lugares na natureza." (Franco, 2021 p. 3)

A primeira definição da Proporção Áurea é dada por Euclides de Alexandria no livro "Os Elementos," onde a razão extrema e média é definida (Alonso, 2017). A partir

disso, a Proporção Áurea é um número irracional obtido a partir da divisão de um segmento de reta em extrema e média razão. A espiral áurea (figura 4), também conhecida como a "Espiral de Deus," forma-se a partir de retângulos áureos e pode ser observada na concha do nautilus marinho (Ferrer, 2005).

Figura 4 - Espiral dourada sobre sequência de retângulos áureos



Fonte: LAURO (2005, p. 40).

Assim, além das influências mencionadas, vale destacar que o retângulo áureo, também conhecido como retângulo de ouro, desempenha um papel significativo na compreensão da Proporção Áurea. Esse retângulo, representado na figura anterior, possui a propriedade única de, ao ser dividido em um quadrado e outro retângulo, gerar um novo retângulo semelhante ao original. Essa propriedade é expressa pela relação matemática $\frac{b}{a} = \frac{a-b}{b}$, onde a e b são as dimensões do retângulo original. (LAURO, 2005). Essa conexão entre a geometria do retângulo áureo e a Proporção Áurea amplia ainda mais o impacto dessa constante matemática, evidenciando sua presença em diferentes contextos e reforçando sua relevância interdisciplinar.

2.2 A razão áurea na natureza e na vida humana

A presença da proporção áurea na natureza é fascinante e vai além do que imaginamos. Procurar indícios dessa proporção requer uma mente aberta a diversas perspectivas, como destacado por Livio (2007). Uma manifestação notável da proporção áurea é a Espiral de Fibonacci, assim denominada por Jacques Bernoulli. Ele observou que o raio dessa espiral aumenta proporcionalmente aos afastamentos do centro, mantendo uma forma auto-similar. De acordo com Matos Cardoso e

Quaresma (2014) a construção da espiral logarítmica é facilitada pelo uso de retângulos áureos, com dois vértices opostos em cada retângulo, traçando uma curva ao redor de um ponto central. Essa organização segue padrões matemáticos, com o número de espirais correspondendo à sequência de Fibonacci. O aumento no diâmetro das espirais revela a presença da razão áurea. Um exemplo notável dessas proporções é encontrado nas conchas, especialmente na configuração da espiral logarítmica (Figura 5).

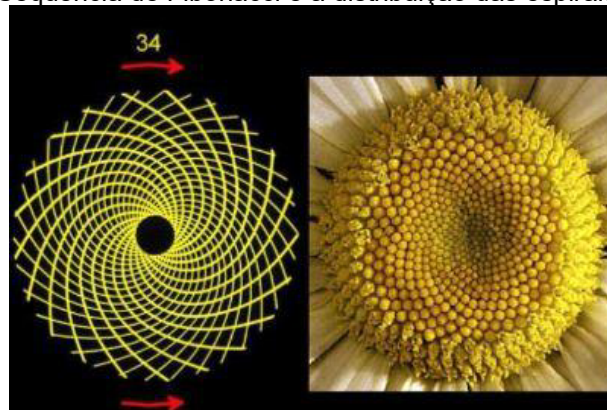
Figura 5 - Concha do Nautilus



Fonte: PECK (2007)

Além disso, tem-se presente também nas dimensões dos braços das estrelas do mar, as dimensões dos espirais de sementes de plantas (figura 6) e muitas outras.

Figura 6 - Sequência de Fibonacci e a distribuição das espirais de uma flor



Fonte: HORTA (2020, p. 30)

Algumas flores, como demonstra a distribuição da imagem acima, apresentam o número de ouro em suas espirais (Ventura, 2005). Por exemplo, a distribuição desta revela que há 34 espirais na direção direita e 21 espirais na direção esquerda. É notável observar que esses números pertencem à sequência de Fibonacci, que exibe uma convergência para o número de ouro à medida que seus termos avançam. O autor ainda argumenta que essas formas naturais que exibem a proporção áurea não

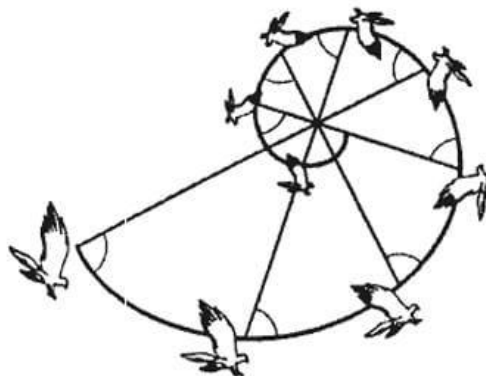
são meras coincidências, mas sim evidências de que essa proporção tem uma base matemática sólida e está presente em todo o universo.

A contagem e o arranjo de pétalas de algumas flores também apresentam números de Fibonacci e ligação com a Razão Áurea. Muitas pessoas já se valeram (pelo menos simbolicamente) em algum momento de suas vidas do número de pétalas de margaridas para satisfazer sua curiosidade sobre a seguinte pergunta: "Bem me quer, mal me quer?" A maioria das margaridas do-campo tem treze, vinte e uma ou trinta e quatro pétalas, todos números de Fibonacci. (...) O número de pétalas simplesmente reflete o número de espirais de uma família (Livio, 2007, p. 133).

Além disso, a natureza parece "arrumar" as sementes do girassol de forma extremamente eficiente, formando espirais logarítmicas que curvam tanto para a esquerda quanto para a direita. Curiosamente, os números de espirais em cada direção estão, na maioria das vezes, relacionados a números vizinhos na sequência de Fibonacci (Belussi; Barison, 2005, p.7).

Em sua pesquisa, Livio (2006) observa um comportamento notável de falcões durante suas caçadas. Durante o voo, seus movimentos podem ser descritos por meio de uma espiral logarítmica derivada de um Triângulo Áureo (Figura 7). A existência desse padrão áureo durante a caça é fascinante, transcende a mera estética e geometria, destacando a importância do estudo da proporção áurea.

Figura 7 - Voo do falcão

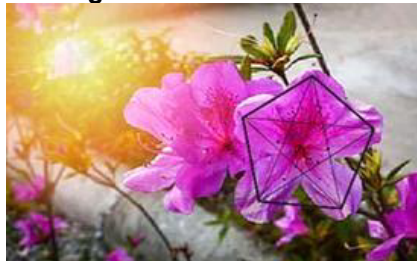


Fonte: Livio (2006 p. 138)

Ao explorarmos o reino das plantas, destacam-se algumas descobertas notáveis. Flores, frutos e árvores têm uma relação histórica com a proporção áurea, particularmente na cultura grega. Não é surpreendente encontrar essa relação nas plantas, especialmente nas flores. De acordo com Lauro (2005), ao sobrepor um pentágono estrelado sobre uma flor de azaléia (figura 8), notamos que ela é formada por proporções áureas. Segundo a pesquisa de Queiroz (2007), o número de pétalas em algumas flores comuns segue a sequência de Fibonacci, exemplificada pelas

flores, como a íris, com três pétalas, a primavera, com cinco pétalas, a tasneira, com treze pétalas, e a margarida, com trinta e quatro pétalas.

Figura 8 - Flor de azaléia



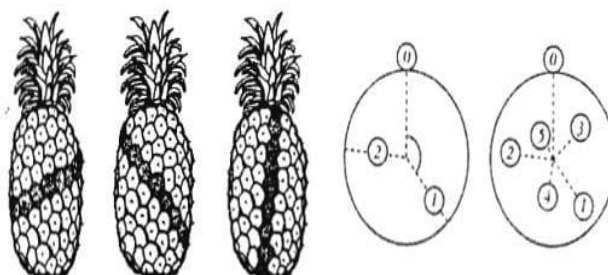
Fonte: Sales (2022, p. 12)

Doczi (1990) afirma que o pentágono e o pentagrama, como todos os padrões, são definidos por seus limites. Quando incorporados aos padrões harmoniosos de flores e frutas, eles ilustram uma epigrama atribuído a Pitágoras: "do limitado forma-se o ilimitado" (DOCZI, 1990, p. 24), destaca o poder dos limites na natureza. O autor também observa que cada margarida, girassol e flores de macieira, entre outras, representam uma janela aberta para o infinito. Essas flores e os frutos comestíveis crescem de acordo com o padrão do pentágono e seu prolongamento, o pentagrama.

Adicionalmente, é relevante destacar que o pentágono é uma figura geométrica de cinco lados, enquanto o pentagrama é um símbolo de cinco pontas que muitas vezes é representado dentro de um pentágono.

No que diz respeito aos frutos, Livio (2006) destaca que a maioria dos abacaxis apresenta espirais de inclinação crescente em números de Fibonacci, como cinco, oito, treze ou vinte e uma, conforme a figura 9.

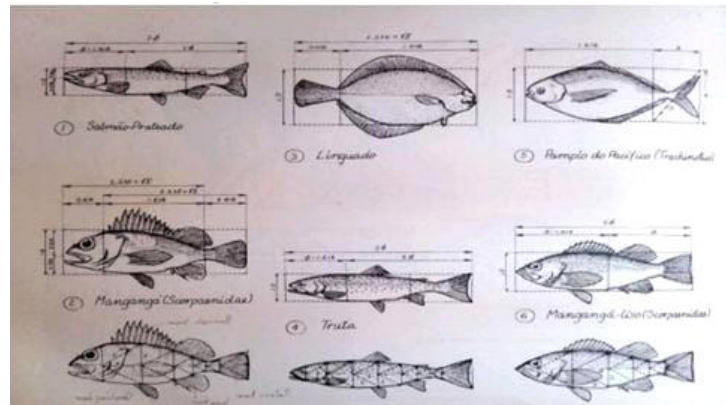
Figura 9 - Espirais no abacaxi



Fonte: Livio (2006, p.128).

E, conforme a pesquisa de (Doczi 1990), ao explorar uma nova área de estudo, foram identificadas proporções áureas (1.618) em várias espécies de peixes amplamente reconhecidas em todo o mundo (Figura 10).

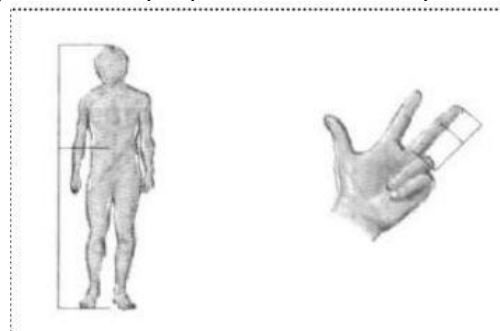
Figura 10 - Seção do corpo dos peixes



Fonte: DOCZI (1990, p. 75)

A influência da proporção áurea não se limita à natureza. Estudos estatísticos, como os mencionados por Martins (2008), revelam a presença da proporção divina no corpo humano, como demonstra a figura 11.

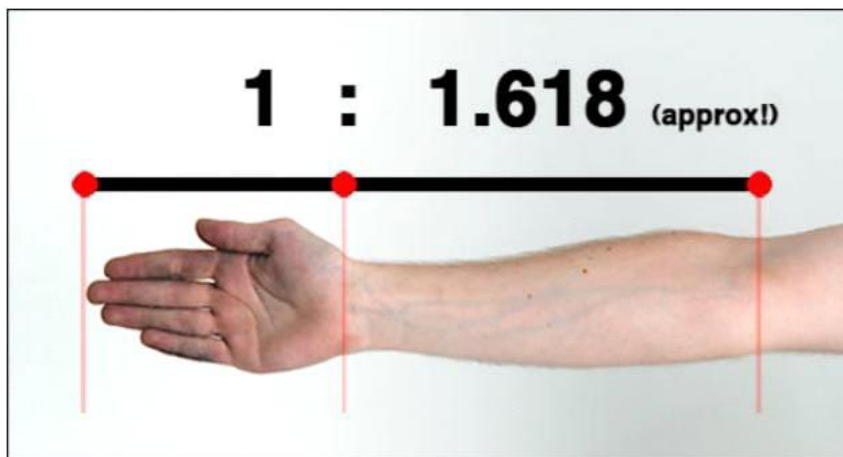
Figura 11 - Proporções Divinas do Corpo Humano



Fonte: HORTA (2020, p. 30852 *apud* LAURO, 2005, p. 45).

Nessa imagem, a razão encontra-se entre a altura de uma pessoa e a distância de seu umbigo até o chão, e no comprimento do braço e o comprimento do cotovelo até o dedo (figura 12), entre outros. O umbigo, por exemplo, é identificado como o ponto áureo de nossa altura, assim como o comprimento dos dedos, que está relacionado de maneira áurea com suas falanges (Martins, 2008).

Figura 12 - Relação entre braço, antebraço e mão



Fonte: Magalhães (2016, p. 7).

Esses exemplos ilustram como a proporção áurea se manifesta em características humanas, revelando uma conexão intrínseca entre a harmonia matemática e as proporções naturais do corpo.

2.3 Na Arte e Arquitetura

A proporção áurea desempenha um papel significativo na criação artística e arquitetônica. Autores como Ghyka (1977) destacam sua importância, enfatizando que ela é responsável por muitas das proporções harmoniosas encontradas em obras de arte e edifícios arquitetônicos. Essa proporção é considerada por muitos como a mais agradável aos olhos humanos, conferindo equilíbrio e beleza às composições (Ghyka, 1977).

"Arquitetos famosos também adotam a razão áurea como parâmetro para a construção de suas obras" (Ferrer, 2005, p.22). A arquitetura talvez seja a primeira forma de arte a utilizar o número de ouro. Além das pirâmides de Gizé, que talvez deixem dúvidas quanto à intencionalidade, temos o Parthenon (figura 13), construído por volta de 447 a.C. e 433 a.C. na Grécia, e que devido à quantidade de retângulos áureos utilizados, não deixa dúvidas.

Figura 13 - Retângulos áureos no Parthenon



Fonte: Oliveira (2010, p. 28).

Dessa forma, vemos como a proporção áurea transcende os domínios da matemática, tornando-se um elemento essencial na arte, arquitetura e na compreensão das proporções harmoniosas que atraem nossos olhos e mentes. Ela continua a influenciar a criação artística e arquitetônica, tornando-se um princípio estético universalmente reconhecido que perdura ao longo do tempo.

3 METODOLOGIA

De acordo com Franco (2021), a proporção áurea desempenha um papel fundamental na composição visual, influenciando a percepção estética e a harmonia em áreas como arquitetura e arte, por exemplo. O objetivo deste trabalho é realizar uma revisão ampla da literatura sobre a proporção áurea. Para isso, foi feita uma busca detalhada por artigos científicos e livros que abordam os fundamentos teóricos e aplicações relacionadas a essa proporção. Nosso intuito é identificar conceitos-chave, exemplos práticos e diferentes perspectivas teóricas, incluindo a importância histórica e presença na arte e natureza, abordando a interligação entre matemática e arte que possam embasar nosso estudo.

No que se refere à metodologia, buscou-se adotar uma abordagem de pesquisa bibliográfica. Esse tipo de pesquisa consiste na análise crítica de fontes secundárias, como livros e artigos, a fim de obter embasamento teórico para nossa investigação. Conforme as ponderações de Chaves (2013), a utilização de métodos de obtenção de

informações desempenha um papel crucial e torna-se indispensável na execução de um estudo acadêmico, especialmente quando se refere à realização da análise da literatura.

Além disso, com o intuito de enriquecer ainda mais a pesquisa, foi disponibilizado uma sequência didática como um recurso valioso para auxiliar os professores no processo de ensino da Proporção Áurea, oferecendo uma estrutura simples e prática para abordar esse conceito em sala de aula.

3.1 Sequência Didática

A seguinte sequência está dividida em quatro aulas, cada uma com a duração de 50 minutos. A seguir, é apresentado uma visão geral de cada aula:

3.1.1 Aula 1: Introdução à Proporção Áurea

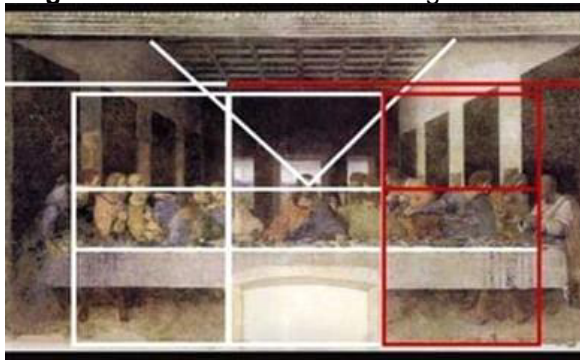
Na primeira aula, é sugerida a utilização de um questionário como ponto inicial para avaliar o conhecimento prévio dos alunos sobre o tema. Em seguida, propõe-se a exploração do conceito da Proporção Áurea, destacando sua relevância histórica e suas aplicações nas áreas da arte e da natureza. Durante essa abordagem, é sugerido o debate sobre o papel crucial desempenhado pela geometria na arte e na natureza, exemplificando com obras renomadas que incorporam a Proporção Áurea.

Neste ponto, oferece-se aos alunos a oportunidade de realizar uma análise detalhada dos aspectos matemáticos presentes nessas obras, incentivando uma reflexão mais profunda sobre como os artistas aplicam princípios geométricos em sua expressão artística. Para ilustrar este conceito, sugere-se a investigação de duas obras significativas de Leonardo da Vinci, conhecido por sua maestria na utilização da Proporção Áurea.

Destaca-se a análise das obras "A Última Ceia" (1494-1497) e "A Anunciação" (1472-1474). Na primeira, sugere-se observar como da Vinci incorporou conceitos

matemáticos, como o retângulo de ouro, enquanto transmite significados religiosos ao representar a última ceia de Jesus com seus apóstolos. Na segunda obra, "A Anunciação", propõe-se a observação dos detalhes notáveis na representação do tapete de flores e na variação da luz e cores no cenário (Gomes, 2006)

Figura 14 - A última ceia e o retângulo de ouro



Fonte: Pinheiro (2021, p. 85)

Figura 15 - A anunciação



Fonte: Pinheiro (2021, p. 85).

Dessa forma, ao explorar as obras de Leonardo da Vinci, os alunos poderão entender como a matemática desempenhou um papel crucial na criação dessas peças de arte e como a Proporção Áurea foi aplicada para alcançar proporções ideais e harmonia visual em cada detalhe.

3.1.2 Aula 2: Identificação da Proporção Áurea na Natureza

Na próxima aula, recomenda-se que os alunos foquem sua atenção nos elementos naturais, buscando identificar a presença da Proporção Áurea nesses objetos. Como preparação, sugerimos que com antecedência, peçam que os estudantes tirem fotos de elementos em suas casas, como disposição de folhas em

plantas e flores. Durante a aula, será promovida uma discussão em sala de sobre a conexão entre a matemática e a natureza, utilizando as fotografias capturadas como exemplos elucidativos

3.1.3 Aula 3: Construção do Retângulo Áureo

Na terceira aula, os alunos podem construir um retângulo áureo a partir de um quadrado. O processo de encontrar o ponto médio de um lado do quadrado e criar uma linha que siga a Proporção Áurea será demonstrado. Além disso, os alunos também podem realizar exercícios práticos individuais de construção do retângulo áureo. Nesta aula, os alunos devem medir e calcular as razões entre os lados dos retângulos áureos que construírem.

3.1.4 Aula 4: Criação de um Projeto de Arte

Nesta etapa, sugere-se desafiar os alunos a criar uma obra de arte que incorpore a Proporção Áurea. Eles terão a flexibilidade de desenvolver projetos de forma individual ou em grupo, recebendo orientação do professor ao longo do processo. Ao término da sequência didática, os projetos de arte, que incorporam a Proporção Áurea, serão apresentados, discutidos e avaliados em uma sessão de reflexão conjunta. Essa prática promoverá a análise crítica e a troca de ideias entre os estudantes.

A avaliação dos alunos ao longo dessa sequência considerará vários aspectos. Inicialmente, será avaliada a participação ativa dos alunos, com foco no envolvimento de cada um no processo criativo e nas discussões em sala de aula. A capacidade dos alunos de trabalhar em equipe será um aspecto relevante na avaliação, destacando a colaboração e a comunicação efetiva entre eles. A expressão clara de ideias, tanto no processo de criação quanto na apresentação dos projetos, também será um critério avaliativo.

Ao final, os alunos serão submetidos a uma avaliação conceitual por meio de um teste escrito, contendo perguntas relacionadas à Proporção Áurea (ver apêndice I). Esse teste servirá para mensurar o conhecimento teórico adquirido ao longo da sequência didática.

Essa abordagem ampliada tem como objetivo envolver os alunos de forma prática e interativa, permitindo que explorem a geometria e a Proporção Áurea de maneira significativa. Ao mesmo tempo, ela contribuirá para o desenvolvimento de habilidades de observação, raciocínio matemático e criatividade artística.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A relação entre a Matemática e a Arte, por meio do conceito da proporção áurea, nos revela uma conexão profunda e rica entre dois campos aparentemente distintos. Como demonstrado ao longo deste estudo, a proporção áurea transcende as barreiras tradicionais da Matemática e da Arte, revelando-se como uma constante matemática com influência pervasiva na natureza, na arquitetura, na arte e na própria vida humana.

A pesquisa e as reflexões apresentadas neste trabalho reforçam a ideia de que a Matemática e a Arte são interdependentes, influenciando-se mutuamente de maneira profunda. A proporção áurea, representada pelo número Phi (ϕ), aproximadamente 1,618, desempenha um papel significativo na criação de estética harmoniosa, sendo considerada a mais bela de todas as proporções devido à sua simplicidade. Ela se manifesta em uma variedade de formas na natureza, desde as espirais de sementes de plantas e até mesmo no voo de alguns falcões.

Em resumo, a pesquisa sobre a proporção áurea nos leva a concluir que essa constante matemática é muito mais do que uma simples curiosidade matemática. Ela é um elemento essencial na tessitura que une a Matemática e a Arte, iluminando nossa compreensão do mundo e inspirando a criação de obras que permanecem atemporais e eternamente belas. A proporção áurea, muitas vezes chamada de "divina proporção," é, de fato, uma ligação preciosa entre a Matemática e a Arte.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALEXANDER, Christopher. **A pattern language: towns, buildings, construction**. Oxford university press, 1977.
- ALONSO, Melanie Hernández. **Elementos de Euclides**: Libros V-VI. 2017. Universidade de La Laguna, San Cristóbal de La Laguna – Espanha, 2017. Cap. 3.
- BELUSSI, Giuliano Miyaishi; BARISON, Ms Maria Bernadete. **Número de ouro**. Londrina: Universidade Estadual, 2005.
- BERTATO, Fábio Maia. A “**De Divina Proportione**”: de Luca Pacioli (tradução anotada e comentada). Fábio Bertato, 2010.
- CHAVES, Adilson Silva; SABBA, Claudia Georgia. **O uso da Razão Áurea no Ensino da Matemática**. Anais do IX Colóquio de Pesquisa sobre Instituições Escolares, 2013.
- CHAVES. D. R. C. **A Matemática é uma Arte: Uma proposta de explorando ligações entre arte e matemática**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.
- D'AMBROSIO, U. **Educação matemática: da teoria à prática**. 13ª ed. Campinas, SP: Papyrus, 1998.
- DAVID, Maria Manuela MS; TOMAZ, Vanessa Sena. **Interdisciplinaridade e Aprendizagem da Matemática em Sala de Aula**. Autêntica Editora, 2008.
- DE MATOS CARDOSO, Lucélia Valda; QUARESMA, Odicleise Maués. **Buriti: relação entre seqüência de Fibonacci, razão áurea e a geometria fractal**. Revista WEB-MAT, v. 1, n. 1, p. 87-87, 2014.
- DOCZI, Gyorgy. **O poder dos limites, harmonias e proporções na natureza, arte e arquitetura** | Gyorgy Doczi, tradução Maria Helena de Oliveira Tricca e Julia Baranv Bartolomei — São Paulo Mercury, 1990.
- FERRER, Joseane Vieira. **O Número de Ouro na Arte, Arquitetura e Natureza: Beleza e Harmonia**. 2005. Universidade Católica de Brasília, 2005.
- FRANCO, Amaury da Costa et al. **A Proporção Áurea Na Fotografia: Uma Proposta De Ensino. 2021**.
- GHYKA, Matila Costiescu. **The geometry of art and life**. Courier Corporation, 1977.
- GOMES, Morgana. **Vida e pensamento de Leonardo da Vinci. Coleção Iluminados da Humanidade**. Rio de Janeiro: Minuano, 2006.
- HORTA, Deborah Alves et al. **O número de ouro e a proporção áurea harmonia e beleza na matemática da vida**. Brazilian Journal of Development, v. 6, n. 5, p. 30834-30858, 2020.

HUNTLEY, H. E. **A Divina proporção: um ensaio sobre a beleza na matemática.** Universidade de Brasília, 1985.

LAURO, Maira Mendias. **A razão áurea e os padrões harmônicos na natureza, artes e arquitetura.** Exacta 2005.

LIVIO, Mario. **The golden ratio: the story of phi, the world's most astonishing number.** New York: Broadway Books, 2002.

LIVIO, Mario. **Razão áurea: a história de Fi, um número surpreendente/** Mario Livio; 1945-L 762r. Tradução Marco Shinobu Matsumura. – Rio de Janeiro: Record, 2006. Tradução de: The golden ratio. ISBN 85-01-06653-2.

LIVIO, Mario. **Razão áurea: a história de Fi, um número surpreendente.** 2ª ed., Rio de Janeiro: Record, 2007.

MARKOWSKY, G. **Misconceptions about the Golden ratio.** *College Mathematics Journal*, vol. 23, n.1, 1992. Disponível em <https://www.goldennumber.net/wpcontent/uploads/George-Markowsky-Golden-Ratio-MisconceptionsMAA.pdf>. Acesso em abril, 2023.

MAGALHÃES, Tiago André Santos. **A Proporção Áurea: Sua Presença na Pré-Existência e na Proposta.** Dissertação de Mestrado em Arquitetura. Universidade Lusófona do Porto, 2016.

MARTINS, Patricia Camara. **O Número de ouro e a divina proporção.** XXII Semana Acadêmica da Matemática. Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, 2008.

OLIVEIRA, Edson de ; FERREIRA Thiago Emanuel. **O Número de Ouro e suas Manifestações Na Natureza e na Arte.** Revista Complexus – Instituto Superior De Engenharia Arquitetura E Design – Ceunsp, Salto-Sp, Ano. 1, N.2, P. 64-81 , Setembro de 2010. Disponível em: www.Engenho.Info. Acesso em: 09 de dez. de 2023.

PINHEIRO, Maria Suzana et al. **A INTER-RELAÇÃO ENTRE A ARTE E A MATEMÁTICA EM ALGUMAS OBRAS DE LEONARDO DA VINCI.** Caminhos da Educação Matemática em Revista (Online), v. 11, n. 2, p. 75-90, 2021. PECK, Akkana. **The Fibonacci Spiral and the Nautilus.** 2007. Disponível em: <http://www.shallowky.com/blog/science/fibonutilus.html>>. Acesso em 12 jan. 2023

QUEIROZ, Rosania Maria. **Razão áurea: a beleza de uma razão surpreendente.** Londrina 2007.

SALES, Josevan da Silva. **A proporção áurea presente na natureza.** Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Piauí, Campus Campo Maior, Curso de Licenciatura em Matemática. Campo Maior, PI, 2022.

VAZ, Rute Marina das Neves Viegas. **COMEÇAR de Almada Negreiros arte e o poder formatador da matemática**. 2013. Tese de Doutorado. Faculdade de Ciências e Tecnologia.

VÉRRRI, J.; LEMES, M. C. **A Matemática De Da Vinci: Aplicação Da Razão Áurea E Da Geometria Nas Obras De Arte Do Renascimento E Do Barroco**. Revista Ciência em Evidência, v. 3, n. 2, p. e022008, 2023. DOI: 10.47734/rce.v3i2.2299. Disponível em: <https://ojs.ifsp.edu.br/index.php/cienciaevidencia/article/view/2299>. Acesso em: 8 jun. 2023.

APÊNDICE I

Questionário/diagnóstico sugerido:

1. O que você entende por "Proporção Áurea"?

Propósito: Verificar o conhecimento inicial dos alunos sobre o termo central do tópico. Isso permite ao professor entender a familiaridade dos alunos com a Proporção Áurea e identificar se há pré-conceitos ou equívocos que podem ser abordados durante a sequência didática.

2. Você já ouviu falar da constante matemática representada pela letra grega φ (phi)?

Propósito: Avaliar se os alunos têm conhecimento sobre a constante φ , que é fundamental para a Proporção Áurea. Essa pergunta visa identificar qualquer base prévia sobre os elementos-chave do conceito.

3. Se sim, qual é sua relação com a Proporção Áurea?

Propósito: Explorar a compreensão dos alunos sobre a relação entre a constante φ e a Proporção Áurea. Isso ajuda a preparar os alunos para a introdução mais aprofundada do conceito, garantindo que eles tenham uma compreensão básica antes de avançar.

4. Na sua opinião, a Proporção Áurea é mais relacionada à matemática, à arte ou à natureza? Por quê?

Propósito: Investigar a percepção dos alunos sobre as diferentes áreas do conhecimento em que a Proporção Áurea desempenha um papel. Essa pergunta incentiva a reflexão sobre a aplicabilidade ampla do conceito, relacionando-o à matemática, arte e natureza.

5. Você consegue citar pelo menos uma aplicação prática da Proporção Áurea em contextos do cotidiano?

Propósito: Identificar se os alunos conseguem reconhecer situações práticas em que a Proporção Áurea está presente. Isso destaca a relevância do conceito em contextos

do dia a dia e pode motivar os alunos, mostrando a aplicação prática do que estão aprendendo.

6. A Proporção Áurea tem alguma importância histórica que você conhece?

Propósito: Explorar o conhecimento dos alunos sobre a relevância histórica da Proporção Áurea. Esta pergunta proporciona contexto e destaca a continuidade e importância do conceito ao longo do tempo.

7. Se sim, pode citar um exemplo específico?

Propósito: Solicitar um exemplo específico da história em que a Proporção Áurea teve um papel significativo. Isso incentiva os alunos a associar o conceito a eventos ou realizações históricas específicas, proporcionando contextos concretos para o aprendizado.

Lista sugerida para a avaliação da compreensão dos alunos:

1. O que é a Proporção Áurea?
2. Por que a Proporção Áurea é relevante na arte e na natureza?
3. Pode mencionar algumas obras de arte famosas que incorporam a Proporção Áurea?
4. Como a matemática desempenhou um papel na criação das obras de Leonardo da Vinci mencionadas?
5. Qual é o significado do "retângulo de ouro" na arte?
6. Como é possível construir um retângulo áureo a partir de um quadrado?
7. Como a Proporção Áurea pode ser incorporada em projetos de arte?