

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS
CÂMPUS NORTE
UNIDADE UNIVERSITÁRIA DE PORANGATU
CURSO DE MATEMÁTICA**

THIAGO ANTÔNIO RODRIGUES

**O USO DE MATERIAIS MANIPULAVEIS NO ENSINO DE TRIGONOMETRIA NAS
AULAS DE MATEMÁTICA DO 9º ANO**

PORANGATU – GOIÁS
2023

THIAGO ANTÔNIO RODRIGUES

**O USO DE MATERIAIS MANIPULAVEIS NO ENSINO DE TRIGONOMETRIA NAS
AULAS DE MATEMÁTICA DO 9º ANO**

Trabalho de Curso apresentado em cumprimento parcial às exigências da disciplina de Trabalho de Curso II, referente ao curso de graduação em Matemática da Universidade Estadual de Goiás – UnU de Porangatu, como pré-requisito à obtenção do título de licenciado, sob orientação do professor: Me. Herbert Wesley Azevedo

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da UEG
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

R696u RODRIGUES, THIAGO ANTÔNIO
O USO DE MATERIAIS MANIPULAVEIS NO ENSINO DE
TRIGONOMETRIA NAS AULAS DE MATEMÁTICA DO 9º ANO /
THIAGO ANTÔNIO RODRIGUES; orientador HERBERT WESLEY
AZEVEDO. -- Porangatu-GO, 2023.
24 p.

Graduação - Matemática -- Unidade de Porangatu,
Universidade Estadual de Goiás, 2023.

1. Trigonometria. 2. BNCC. 3. Ensino. 4. Educação
Básica. 5. DC-GO. I. AZEVEDO, HERBERT WESLEY, orient.
II. Título.



THIAGO ANTÔNIO RODRIGUES

O USO DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS NO ENSINO DE
TRIGONOMETRIA NAS AULAS DE MATEMÁTICA DO 9º ANO

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado como parte do requisito para
a obtenção do título de Licenciado em
Matemática pela Universidade Estadual
de Goiás – Unidade Universitária de
Porangatu.

Aprovado em 15, de dezembro, de 2023, pela Banca Examinadora
constituída pelos professores:

Prof.^a Esp. Ana Carolina Pereira Porto Ramos
Instituição: Universidade Estadual de Goiás
Curso: Licenciatura em Matemática

Coordenador: Prof. Me. Herbert Wesley Azevedo
Instituição: Universidade Estadual de Goiás
Curso: Licenciatura em Matemática

Prof.^a Esp. Fabríny Aparecida Souza Mesquita – Avaliadora
Instituição: Universidade Estadual de Goiás
Curso: Licenciatura em Matemática

Prof.^a Esp. Sônia Maria de Andrade Silva – Avaliadora
Instituição: Universidade Estadual de Goiás
Curso: Licenciatura em Matemática

PORANGATU – GO

2023

O USO DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS NO ENSINO DE TRIGONOMETRIA NAS AULAS DE MATEMÁTICA DO 9º ANO¹

Thiago Antônio Rodrigues²

Herbert Wesley Azevedo³

RESUMO

A Trigonometria é uma área da Matemática que trabalha com a compreensão das relações entre ângulos e lados de triângulos, com o ensino didático ministrado no final do Ensino Fundamental, especificamente no 9º ano. Esta pesquisa tem como objetivo oferecer elementos metodológicos que contribuam para o ensino e desenvolvimento da Trigonometria na disciplina de Matemática. Além disso, busca refletir sobre a importância do ensino da Trigonometria nesse nível educacional, analisando sua disposição na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e no Documento Curricular para Goiás (DC-GO). Uma ênfase adicional é dada à proposta de utilização de materiais manipuláveis como estratégia didática para o ensino de Trigonometria no 9º ano. A pesquisa levanta a problemática do desafio no ensino da Trigonometria, destacando as dificuldades encontradas pelos alunos diante dos conceitos como razões trigonométricas e círculo trigonométrico. O estudo empregará o método qualitativo de pesquisa, utilizando análise documental e bibliográfica como ferramentas principais para alcançar os objetivos propostos. As análises serão focadas nos documentos oficiais educacionais, como a BNCC e o DC-GO, visando identificar e compreender como a Trigonometria é proposta nesses documentos para o Ensino Fundamental. Além disso, será realizado um levantamento bibliográfico, buscando referências e estudos que abordem estratégias de ensino e materiais didáticos voltados para a compreensão efetiva da Trigonometria pelos estudantes do 9º ano.

Palavras-chaves: Trigonometria; BNCC; Ensino; Educação Básica; DC-GO.

¹ Trabalho de Conclusão de Curso, apresentado a banca como exigência para a obtenção do grau de licenciatura em Matemática na Universidade Estadual de Goiás.

² Acadêmico do Curso de Matemática, da Universidade Estadual de Goiás, Campus Norte, Unidade Universitária de Porangatu. E-mail: thiagoo-antonio@hotmail.com

³ Professor do Curso de Matemática, da Universidade Estadual de Goiás, Campus Norte, Unidade Universitária de Porangatu. E-mail: herbert.azevedo@ueg.br

INTRODUÇÃO

A Trigonometria, como parte essencial da Matemática, desempenha um papel crucial no desenvolvimento de habilidades espaciais e quantitativas. Segundo Tardim (2020) a abordagem do ensino e aprendizagem da Trigonometria tem sido um tema amplamente debatido, especialmente considerando sua aplicação nos níveis de ensino fundamental, médio e em cursos superiores relacionados à área das ciências exatas. As dificuldades não se restringem apenas aos estudantes, mas também afetam os professores.

Sendo assim, este trabalho propõe-se a analisar e contribuir para o ensino da Trigonometria no 9º ano do Ensino Fundamental, abordando os desafios e estratégias que visam aprimorar a compreensão dos alunos nesse campo matemático.

A escolha deste tema se fundamenta na necessidade de compreender as dificuldades e obstáculos enfrentados pelos estudantes no aprendizado da Trigonometria nessa etapa educacional. A abstração e complexidade dos conceitos trigonométricos frequentemente geram barreiras para os alunos, afetando sua capacidade de aplicar esses conhecimentos no contexto acadêmico e prático. A relevância deste estudo reside na busca por soluções e estratégias que possam contribuir com o ensino da Trigonometria no 9º ano.

A formulação do problema é embasada na identificação das dificuldades específicas dos estudantes em relação aos conceitos trigonométricos, incluindo compreensão das razões trigonométricas no triângulo retângulo e geometria do círculo trigonométrico. O objetivo central é apresentar uma proposta de ensino que possam contribuir com o processo de ensino-aprendizagem desses conteúdos.

Para Silva (2011) o ensino da Trigonometria requer uma constante atualização e adaptação tanto teórica quanto prática por parte do professor, visando atender às necessidades dos alunos e às demandas da sociedade. É fundamental considerar o papel do professor como um pesquisador ativo, desempenhando um papel crucial na transformação social, promovendo perspectivas críticas e colaborando na implementação de mudanças significativas, tanto dentro como fora da sala de aula.

A importância deste estudo se faz necessária, uma vez que a Trigonometria é uma base fundamental para a compreensão de diversas áreas do conhecimento como a Astronomia, Agrimensura e Navegação; e a superação das dificuldades enfrentadas nesse estágio inicial pode ter um impacto significativo no desenvolvimento acadêmico

e futuro profissional dos alunos. Neste contexto, a presente pesquisa busca contribuir para o aprimoramento do ensino de Trigonometria, fornecendo estratégias que promovam uma aprendizagem mais eficaz e significativa.

A estrutura deste trabalho está organizada da seguinte forma: inicialmente, é apresentada uma revisão da literatura, contextualizando a Trigonometria no Ensino Fundamental.

Em seguida, abordou-se a análise dos documentos curriculares nacionais e estaduais, seguido por uma reflexão sobre a importância do ensino da Trigonometria nesse nível educacional. Por fim, propomos alternativas didáticas, destacando o uso de materiais manipuláveis como ferramenta para o aprimoramento do ensino da Trigonometria no 9º ano do Ensino Fundamental. Posteriormente, será empreendida uma reflexão sobre a importância do ensino da Trigonometria no 9º ano, considerando seu impacto na formação matemática dos estudantes e seu potencial para o avanço em disciplinas futuras. Além disso, serão exploradas estratégias didáticas que visam otimizar o processo de ensino-aprendizagem da Trigonometria, priorizando o uso de materiais manipuláveis como ferramentas alternativas para facilitar a compreensão dos conceitos.

A revisão da literatura compreenderá um levantamento teórico sobre os desafios encontrados no ensino da Trigonometria no 9º ano do Ensino Fundamental.

Em seguida, a análise dos documentos curriculares BNCC e DC-GO busca compreender como a Trigonometria é abordada e quais diretrizes são propostas para esse nível de ensino, permitindo a avaliação e comparação das propostas curriculares.

Por fim, a conclusão apresentou os principais resultados obtidos, apontando possíveis soluções e recomendações para aprimorar o ensino da Trigonometria no 9º ano do Ensino Fundamental. A análise e discussão desses resultados serão fundamentadas na revisão bibliográfica e nos dados levantados nos documentos curriculares, visando oferecer subsídios para o aperfeiçoamento e aprimoramento do processo educativo neste contexto específico.

1 O ENSINO DE TRIGONOMETRIA NAS AULAS DE MATEMÁTICA DO ENSINO FUNDAMENTAL NOS ANOS FINAIS

A análise conceitual possibilita o entendimento do contexto teórico e histórico de Trigonometria, a que é de suma importância para dar embasamento e uma estrutura de ideias que possam facilitar a compreensão das ideias propostas neste artigo científico.

A Trigonometria é uma disciplina matemática que estuda as relações entre ângulos e lados de triângulos, possui raízes que remontam à antiguidade, com contribuições notáveis de matemáticos gregos, indianos e árabes ao longo dos séculos. (Silva, 2011)

Entender seu desenvolvimento histórico permite aos pesquisadores apreciar a evolução do pensamento humano e as aplicações práticas que surgiram dessa disciplina ao longo do tempo. Além disso, uma compreensão teórica sólida dos princípios trigonométricos é essencial para a aplicação prática, pois ajuda a garantir que os métodos e resultados sejam precisos, confiáveis e relevantes para os problemas específicos que a pesquisa se propõe a abordar. Portanto, uma base teórica sólida e um contexto histórico enriquecem o ensino, contextualizando-a e aprofundando sua relevância e significado.

De acordo com Boyer (1974 *apud* Gonçalves, 2018) a Trigonometria foi desdobrada amplamente no período da Grécia antiga, fortemente associada à Geometria, graças às contribuições de estudiosos importantes, entre eles, destacam-se figuras, como Tales, Pitágoras, Hiparco, Arquimedes, Aristarco, Ptolomeu e outros. Os estudos de Tales sobre semelhança de triângulos desempenharam um papel significativo para a fundação da Trigonometria, enquanto o Teorema de Pitágoras estabeleceu a pedra angular com a célebre relação trigonométrica:

$$\text{sen}^2(\alpha) + \text{cos}^2(\alpha) = 1.$$

Além disso, Boyer (1974, *apud* Gonçalves, 2018), as pesquisas de Hiparco tiveram um impacto significativo na aplicação da Trigonometria à circunferência, um conceito fundamental que serviu como base para os estudos de Ptolomeu em sua obra "Almagesto," escrito aproximadamente em 150 d.C., desempenhando um papel essencial no entendimento astronômico da Grécia antiga.

Aprofundando sobre o surgimento da Trigonometria, Pires (2016) afirma que não há uma certeza absoluta sobre a sua origem e o seu desenvolvimento está

intimamente relacionado aos desafios enfrentados nas áreas da Astronomia, Agrimensura e Navegações, especialmente a partir do século IV ou V a.C.

Pires (2016) afirma que já se sabe que mais de três mil anos atrás, os antigos egípcios faziam uso desse conhecimento, como indicado pela descoberta do Papiro de Rhind, um documento que contém problemas relacionados à cotangente, uma relação trigonométrica.

Silva (2011) comenta que Euclides de Alexandria, um renomado matemático platônico por volta de 330 a.C., também fez contribuições à Trigonometria em sua obra amplamente conhecida, "Os Elementos," embora tenha apresentado esses conceitos de maneira geométrica. Porém, foi o astrônomo Hiparco de Niceia, na segunda metade do século II a.C., que se destacou como um profundo conhecedor do assunto, elaborando um tratado extenso com aproximadamente 12 volumes dedicados à Trigonometria. Hiparco introduziu a primeira tabela trigonométrica registrada por meio de uma "tábua de cordas," e devido a suas numerosas contribuições, ele é aclamado como o "Pai da Trigonometria."

Além disso, ele ressalta que no mesmo período histórico, Cláudio Ptolomeu, um cientista grego que residiu em Alexandria, no Egito, apresentou uma tabela de cordas que continha o cálculo dos senos de ângulos variando de 0° a 90° . Esses ângulos eram essenciais para os estudos astronômicos que ele conduzia na época.

No que se refere ao seu conceito, a Trigonometria é uma disciplina cujo nome se origina das palavras gregas "trigonon" e "metron", que se traduzem como "triângulo" e "medida", respectivamente. Ela concentra-se na análise de triângulos, particularmente os triângulos retângulos, que possuem um ângulo de 90 graus e estão restritos a um plano. Além disso, a Trigonometria explora minuciosamente as interações entre os comprimentos dos lados e as medidas dos ângulos em triângulos, bem como as funções trigonométricas que derivam dessas relações e os cálculos que se baseiam nelas. (Pires, 2016; Silva, 2011)

Para Breda *et al.* (2011, *apud* Hama e Santos, 2018) a Trigonometria emerge como um desdobramento natural da Geometria. No início de sua educação, os estudantes exploram conceitos relacionados à disposição de objetos no espaço, enquanto constroem pontos de referência e trajetórias para representar distâncias. O papel do professor é inspirar os alunos a criar conexões e relações com base no mundo que os cerca, incentivando-os a descrever e reconhecer uma diversidade de formas geométricas.

Com base no contexto apresentado a Trigonometria possui profundas raízes na história da matemática e evoluiu devido à necessidade de solucionar questões práticas nas áreas de Astronomia, Agrimensura e Navegação. Ao longo dos séculos, desde o antigo Egito até os matemáticos gregos como Euclides, Hiparco e Cláudio Ptolomeu, esse campo passou por um desenvolvimento marcante, culminando na criação de tabelas trigonométricas e relações fundamentais.

Além disso, a rica história da Trigonometria serve como uma fonte de inspiração, ilustrando como o conhecimento matemático evoluiu ao longo do tempo para atender às necessidades práticas da humanidade.

Nos dias de hoje, a Trigonometria desempenha um papel crucial no ensino fundamental, fornecendo uma base sólida para a compreensão das relações entre ângulos e lados em triângulos, assim como a aplicação de funções trigonométricas.

Em se tratando do ensino dessa disciplina do período do ensino fundamental da educação básica, Salazar (2015, *apud* Hama e Santos 2018) comenta que o ensino da Trigonometria geralmente começa no Ensino Fundamental, onde os alunos são ensinados o conteúdo de razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) em triângulos retângulos. No entanto, é no Ensino Médio que esses conceitos são explorados de forma mais abrangente, com foco no círculo trigonométrico, que envolve o estudo de arcos e ângulos ao longo da circunferência, inclusive em múltiplas voltas, juntamente com a análise das Funções Trigonométricas.

Silva (2011, p. 34) afirma que:

Para que o ensino de Trigonometria seja mais abrangente, o aluno deve estudar: funções trigonométricas, relações trigonométricas, equações e inequações trigonométricas, transformações trigonométricas, triângulos quaisquer e a partir disto desenvolver suas competências e habilidades (...).

Conforme a autora o estudo em si da Trigonometria não é somente suficiente para o seu desenvolvimento, é preciso que o professor busque caminhos didáticos que estimule o aluno em qualificar suas habilidades, contribuindo então para o seu crescimento de forma profunda.

Diante da complexidade, deste conteúdo curricular, Mendes (2009) citado por Gonçalves (2018) destaca que entre as dificuldades no processo de ensino e aprendizagem, o problema relativo ao desinteresse dos alunos está correlacionado com os princípios metodológicos para a prática de ensino, onde o método que baseia

na exposição do conteúdo é bastante desgastante para os alunos, devendo então, docentes buscar perspectivas práticas para adicionar em sua metodologia de ensino.

1.1 O ENSINO DE TRIGONOMETRIA: A BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR – BNCC E O DOCUMENTO CURRICULAR PARA GOIÁS – DC-GO.

Segundo Tardim (2020) comenta que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em Matemática é um guia fundamental para a estruturação e aprimoramento dos programas de estudo em todos os níveis da educação básica em território nacional. Ela não se restringe exclusivamente ao domínio da Matemática e suas tecnologias, mas, assim como em outras áreas, estabelece um padrão unificado para os currículos, delineando as competências e habilidades a serem desenvolvidas.

Em Brasil (2017, p. 07) a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é descrita como:

(...) um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). Este documento normativo aplica-se exclusivamente à educação escolar, tal como a define o § 1º do Artigo 1º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996)¹, e está orientado pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, como fundamentado nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN).

Desta forma, esse documento estabelece um conjunto progressivo de conhecimentos essenciais a serem adquiridos por todos os estudantes ao longo das diferentes etapas e modalidades da Educação Básica onde o principal objetivo é garantir que os alunos tenham a oportunidade de desenvolver as aprendizagens fáceis, garantindo o cumprimento dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento estipulados no Plano Nacional de Educação (PNE).

Relacionado aos contextos apresentados pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), Conrado e Braga (2021, p. 88) comentam que:

As competências se mostram como um enorme resumo daquilo que o aluno tem que atingir ao sair do ensino fundamental, portanto não falam sobre uma área de estudo específica como Álgebra, Geometria ou Aritmética, por exemplo. Para isso tem-se as Habilidades específicas, divididas entre os

anos letivos do Ensino Fundamental. No 9º ano existem vinte e três habilidades específicas que trabalham diversas Unidades Temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística.

Relacionado a comparação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e do Documento Curricular para Goiás, Goiás (2018) aborda que a estrutura do Documento Curricular para Goiás se assemelha à Base Nacional Comum Curricular (BNCC) ao organizar a Educação Infantil com foco nos direitos de aprendizagem e desenvolvimento, campos de experiência e objetivos específicos, além de estruturar o Ensino Fundamental em áreas do conhecimento (como Linguagens, Matemática, Ciências da Natureza e Ciências Humanas) e matérias específicas (Língua Portuguesa, Língua Inglesa, Arte, Educação Física, Matemática, Ciências da Natureza, História e Geografia).

Ressaltando também que seguindo o modelo da BNCC, o Documento Curricular de Goiás também se pauta nas dez competências gerais, presentes em todas as etapas da Educação Básica e em todas as áreas do conhecimento, juntamente com seus respectivos componentes curriculares. Essas competências gerais estão interligadas aos direitos de aprendizagem e desenvolvimento na Educação Infantil e Fundamental, onde há competências específicas de cada área de conhecimento e disciplina, bem como os objetivos de aprendizagem e habilidades específicas.

No que se refere ao ensino de Trigonometria no 9º ano dos anos iniciais, Goiás (2018) indica que ele faz parte da unidade curricular de Geometria, onde a habilidade, a ser desenvolvida se baseia apenas em determinar os valores dos principais fundamentos da trigonometria (seno, cosseno e tangente) para resolver questões em variados contextos.

Dessa forma, Goiás (2018) não apresenta uma perspectiva mais profunda sobre a Trigonometria, e por isso é importante desenvolver estudos que possam qualificar ainda mais e ampliar a compreensão deste campo de ensino.

2 ALGUMAS PROPOSTAS DE ENSINO DE TRIGONOMETRIA

As análises das metodologias de ensino de Jürgensen (2019), Araújo (2017) e Silva (2011) apresentada a seguir, oferecem diferentes caminhos para a construção didática e envolver os alunos.

Dessa forma, utilizamos a proposta curricular Jürgensen (2019) foi desenvolvida por meio de um projeto escolar em uma escola particular no interior do estado de São Paulo, para alunos do 9º ano do ensino fundamental.

De acordo com o Jürgensen (2019), a pesquisa foi conduzida com um grupo de sete alunos de uma das turmas do 9º ano do Ensino Fundamental, composta por três turmas, em uma escola particular localizada no interior do Estado de São Paulo. Esses alunos participaram voluntariamente do projeto intitulado "Projeto Acessibilidade", elaborado e proposto pelo autor, que leciona para essas turmas.

Os dados foram coletados a partir de três fontes principais: os diários de bordo dos estudantes, as respostas fornecidas por eles a um questionário reflexivo após a conclusão das atividades e as reflexões pessoais do autor durante o desenvolvimento do projeto. Os diários de bordo consistiram em cadernos entregues aos alunos para que registrassem as etapas, tentativas de resolução do problema, além de suas percepções e sentimentos em relação ao trabalho realizado, como frustrações, dificuldades e motivação.

Após a conclusão do projeto, os estudantes responderam a um questionário reflexivo contendo seis perguntas abertas sobre suas experiências e expectativas em relação ao que foi desenvolvido, bem como o aprendizado resultante de seu envolvimento nas atividades.

Jürgensen (2019) propôs o projeto, uma vez que os alunos não estavam habituados a esse tipo de abordagem, mesmo em aulas regulares de Matemática. O tema central foi inspirado por uma situação ocorrida no início do ano letivo, quando um dos alunos teve sua mobilidade reduzida devido a uma perna quebrada. Isso levou a turma a ser transferida para uma sala de aula mais acessível durante o período de sua recuperação, destacando a importância da acessibilidade.

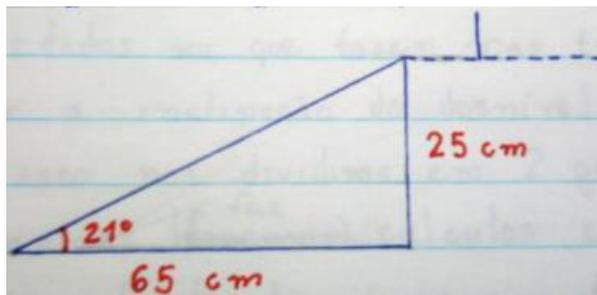
O objetivo do projeto era com base na Trigonometria, descrever, analisar e ilustrar, por meio de trechos e esboços presentes nos diários, as estratégias dos estudantes, assim como suas percepções e sentimentos em relação à atividade, eventuais dificuldades e o alcance dos objetivos da Educação Matemática voltada para a justiça social.

Os resultados mostraram uma mudança no entendimento dos alunos sobre a aplicação da matemática. Antes, eles a percebiam como útil apenas para cálculos simples, como determinar o preço de dez pacotes de bolacha sabendo o custo de um. No entanto, após o projeto, perceberam que a matemática pode ser uma ferramenta

poderosa para resolver problemas mais complexos e contribuir para a compreensão da justiça social.

A figura 01 mostra os dados da medição feitas por um dos estudantes em que pretendiam calcular o ângulo de inclinação de uma rampa de acesso à sala. Isso foi feito ao medirem a altura do desnível entre o chão e a porta, juntamente com o comprimento horizontal da rampa utilizada para acessá-la.

Figura 01 - Esboço do perfil da rampa da escola, com suas respectivas medidas.



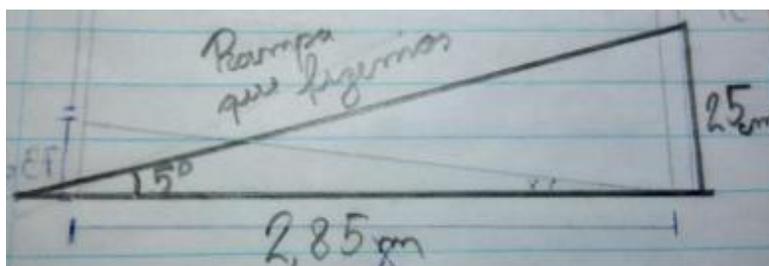
Fonte: Diário do estudante E03 (2018 *apud* Jürgensen, 2019, p. 1409).

Segundo Jürgensen (2019), o estudante esboçou a situação por meio de um triângulo retângulo e, aplicando a ideia de tangente encontrou o valor desta. Consultando uma tabela com valores para tangente, foi possível verificar, então, que esta rampa possui inclinação de 21° .

O cadeirante em questão era estudante, que, no início do ano, passou um período com a perna quebrada e precisou da cadeira de rodas para se locomover, conforme descrito anteriormente.

Após essa constatação, mantendo-se o desnível de 25 cm indicado na figura e sabendo que a inclinação máxima da rampa deveria ser de 5° , os/as alunos/as fizeram uma projeção de qual deveria ser o comprimento horizontal ideal para que a rampa ficasse adequada às normas de acessibilidade, conforme a figura 02.

Figura 02 - Esboço do perfil da rampa adequada



Fonte: Diário do estudante E02 (2018 *apud* Jürgensen, 2019, p. 1410),

Para Jürgensen (2019) essa projeção delinea a integração da Matemática na resolução de problemas do mundo real. No entanto, um novo desafio inesperado surgiu. A sala de aula está localizada imediatamente após as catracas que controlam o acesso à escola. Colocar a nova rampa, com seus 2,85 m de comprimento horizontal, na mesma posição da antiga poderia obstruir o fluxo de entrada dos demais alunos, criando uma barreira diante das catracas. Modificar a posição, girando-a 90° no sentido horário e alinhando-a paralelamente à porta, também apresentaria um novo desafio: o piso da escola possui uma leve inclinação, que se torna uma variável adicional a ser considerada no projeto da rampa.

O estudo de Araújo (2017) propõe uma abordagem de atividades sobre Trigonometria por meio de Modelagem Matemática. A Modelagem Matemática como método de ensino atua para atender a essas demandas, desfazendo a ideia de que o professor é o elemento central do processo educativo, transferindo esse papel para os alunos. Dentro desse modelo, o professor atua como um intermediário entre o conhecimento e os alunos, permitindo que estes, por meio de atividades investigativas e interdisciplinares, se tornem condutores do processo de ensino-aprendizagem. Ao final desse percurso, busca-se promover o desenvolvimento de criatividade, autonomia e aquisição de conhecimento por parte dos estudantes.

No seu estudo, Araújo (2017) utiliza os modelos para explicar sobre os contextos fora da disciplina, com o pretexto de fazer descrições e interpretações sob a ótica da matemática. Para isso apresenta como sugestão de metodologia de ensino as atividades referentes a construção artesanal de um teodolito e a trigonometria do horário de verão.

Na proposta “medindo alturas com o teodolito artesanal” será investigada a razão trigonométrica tangente em um triângulo retângulo, onde será verificado que com o material concreto pode ser estudada a razão trigonométrica e o comportamento dos ângulos agudos. Na proposta “trigonometria no horário de verão” será abordada a função trigonométrica cosseno, com ênfase nos conceitos de imagem, período, deslocamento vertical e horizontal. Para isso, será tratado o solstício de verão e sua relação com as funções periódicas. (Araújo, 2017, p. 45)

Dessa forma, a Araújo (2017) busca utilizar modelos concretos para desenvolver habilidades e qualificar a prática de ensino, levando a integração de outras disciplinas curriculares e contextos vivenciados no dia-a-dia dos alunos.

Fazendo que o professor seja estimulado a ampliar as suas perspectivas de ensino-aprendizagem.

Na atividade didática de medição com o teodolito artesanal, Araújo (2017) ressalta que o professor pode sugerir que os alunos façam a medição de objetos inacessíveis dentro ou fora da escola. Supondo que uma árvore seja escolhida para o início da atividade, algumas indicações do uso do teodolito são necessárias. Primeiro, para medir a altura da árvore, deve-se olhar o seu topo através do canudo do teodolito. Dessa forma a inclinação do canudo, o barbante irá estabelecer um ângulo no transferidor. O ângulo de interesse da tarefa é o complementar ao ângulo apontado. É ideal ter o conhecimento prévio da altura da pessoa que faz a observação. Com isso medir o distanciamento entre o observador e a base da árvore.

Com base nos dados coletados, são colocados dados na tabela abaixo:

Quadro 01 – Dados coletados através do Teodolito

Altura do observador (a)	Distância entre o objeto (d)	Ângulo do medidor (x)	Ângulo complementar (90-x)	Altura do Objeto (h)
--------------------------	------------------------------	-----------------------	----------------------------	----------------------

Fonte: Araújo (2017, p. 23)

Após registrar os elementos essenciais, os estudantes, divididos em grupos, são encarregados de elaborar um esboço da situação prática. Esse momento desempenha um papel crucial ao determinar o conhecimento matemático necessário para solucionar o problema e, subsequentemente, ao estabelecer o Modelo Matemático. (Araújo, 2017)

Analisando o esquema proposto, a expectativa é que todos compreendam que o cálculo da altura ocorrerá em duas etapas. Inicialmente, será necessário encontrar h_1 , (Araújo, 2017) e para isso, a aplicação da relação trigonométrica tangente se faz essencial, abaixo:

$$tg(90^\circ - x) = \frac{h_1}{d}$$

$$tg 35^\circ = \frac{h_1}{5}$$

$$0,7 \cong \frac{h_1}{d}$$

$$h_1 \cong 3,5m$$

Como $H = h_1 + h_2$, têm-se:

$$H = h_1 + a \Rightarrow H = 3,5 + 1,60 \Rightarrow H = 5,10m$$

Sendo assim, é encontrado em que a altura da árvore em questão é 5,10 m. Contudo, está é uma solução particular e o objetivo desta atividade de modelagem é determinar um modelo que sirva para qualquer contexto, sendo que será importante a definição de alguns elementos gerais:

Altura do observador = A Distância do objeto = d

Ângulo marcado = α

$H = h_1 + h_2 =$ Altura do objeto

Neste contexto, basta fazer os cálculos usando os elementos gerais, daí segue o sistema:

$$\operatorname{tg}(90^\circ - x) = \frac{h_1}{D} \quad (\text{I})$$

$$H = h_1 + A \quad (\text{II})$$

Isolando h_1 em (I) e substituindo em (II), têm-se:

$$H = \operatorname{tg}(90^\circ - x)D + A$$

Portanto, segundo Araújo (2017) o modelo que pode ser utilizado em todos os casos que se utilize o teodolito artesanal para medir altura de qualquer objeto é:

$$H = \operatorname{tg}(90^\circ - x)D + A$$

Utilizando esse recurso tangível, é viável abordar a trigonometria de maneiras diversas, incluindo a abordagem inversa do problema. Por exemplo, em vez de calcular a altura de um objeto, é possível determinar a altura do observador. Nessa situação, conhecendo previamente a altura do objeto, a relação trigonométrica do seno pode ser empregada.

Outro trabalho apresentando contribuições teóricas com metodologias de ensino relevantes é o de Silva (2011), onde sua pesquisa possui um enfoque no ensino da trigonometria a partir de contextos históricos entrelaçados a aspectos sociais, econômicos e culturais ligados ao tema. Ele inclui uma análise etimológica da palavra "trigonometria" e sua origem, abordando o tema com uma introdução baseada na construção dos conceitos das razões trigonométricas, enfatizando a manipulação e análise de regularidades no triângulo retângulo.

O estudo compreende a construção de tabelas de valores das razões trigonométricas e aplicações em contextos antigos e atuais. Inclui ainda atividades práticas de medição e cálculo de distâncias, abordagem do círculo trigonométrico e análise das funções trigonométricas no plano cartesiano. Também contempla a

aplicação da trigonometria na Física, examinando fenômenos periódicos, além da análise dos coeficientes das funções para levantar hipóteses sobre suas características. Por fim, investiga sistematicamente as razões trigonométricas da soma e diferença de arcos. (Silva, 2011)

A seguir algumas das atividades provenientes da pesquisa de Silva (2011)

Questão 1: O valor de $tg 225^\circ$ é:

$\sqrt{3}$

1

-1

$\frac{\sqrt{3}}{3}$

Questão 2: O menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio que indica 12h15min é:

$82,5^\circ$

85°

90°

$87,5^\circ$

Questão 3: O período da função $f(x) = \frac{1}{2} \cos 2x$ é:

4π

$\frac{\pi}{2}$

π

2π

Essa proposta de Silva (2011) apresenta tópicos que têm sido extensivamente estudados e debatidos, visando a formulação de um conjunto de diretrizes metodológicas que poderão orientar, de maneira geral, não apenas o ensino de trigonometria, mas também o ensino da Matemática como um todo.

A parte inicial da proposta de Silva (2011) condiz com a análise do conceito preciso da palavra Trigonometria, e em sequência, o professor introduz sobre o contexto histórico, focando nos seguintes pontos: a origem da trigonometria e a necessidade civilizacional que tornou esse estudo crucial (incluindo uma discussão sobre esticadores de cordas), o desenvolvimento teórico da trigonometria e a razão por trás do aprofundamento nessa área (envolvendo o cálculo de medidas

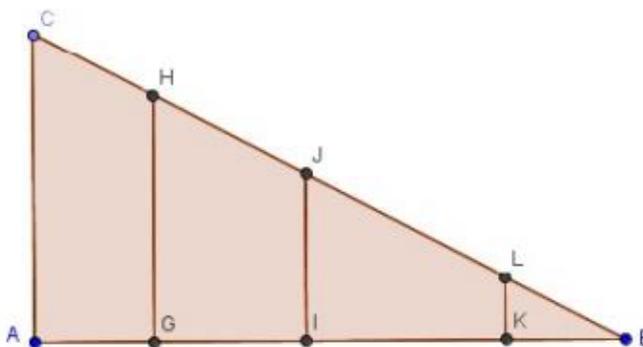
inacessíveis na Astronomia) e os eventos, datas e figuras fundamentais associadas ao estudo e desenvolvimento da trigonometria, abordando egípcios, babilônios, hindus, Ptolomeu, Hiparco e Copérnico. Portanto, é fundamental que o professor se aprofunde na história da Matemática para abordar o tema com segurança em sala de aula.

Após a abordagem histórica, Silva (2011) ressalta que é pertinente discutir as formas de aplicações contemporâneas da trigonometria, sem se focar exclusivamente na resolução de questões, visando a demonstrar a utilidade dessa área em diversos campos.

Algumas aplicações a serem exploradas incluem o cálculo do diâmetro da Terra, distâncias entre planetas, elaboração de mapas, alturas de montanhas e prédios, larguras de rios e ajustes de curvas em áreas como acústica, engenharia, eletricidade, informática e medicina.

A partir desse ponto, é possível iniciar a construção dos conceitos juntamente com os alunos. Para isso, uma atividade proposta consiste em permitir que os alunos construam, utilizando régua, compasso e esquadro, vários triângulos retângulos semelhantes, como ilustrado na figura 03 a seguir:

Figura 03 - Triângulos Retângulos Semelhantes.



Fonte: Silva (2011)

A proposta de Silva (2011) indica que posteriormente, os alunos devem fazer a medição de todos os lados e ângulos de todos os triângulos e observar as uniformidades abaixo na figura 04, além de buscar as equivalências dos triângulos.

Figura 04 - Igualdade entre os triângulos.

$$\frac{CA}{CB} = \frac{HG}{HB} = \frac{JI}{JB} = \frac{LK}{LB}$$

$$\frac{AB}{CB} = \frac{GB}{HB} = \frac{IB}{JB} = \frac{KB}{LB}$$

$$\frac{CA}{AB} = \frac{HG}{GB} = \frac{JI}{IB} = \frac{LK}{KB}$$

Fonte: Silva (2011)

O uso do Geogebra é considerado importante por Silva (2011) pois possibilita otimizar essas construções e garantir a precisão das medidas, já que a construção manual tende a gerar pequenos erros, é recomendável criar, no Geogebra, um modelo do triângulo retângulo no qual o aluno possa modificar os ângulos agudos ou as medidas dos lados. Isso permitirá visualizar como as razões se alteram ou permanecem iguais com essa manipulação.

Com base nas proposições metodológicas apresentadas dos autores Jürgensen (2019), Araújo (2017) e Silva (2011), é observado que ambos oferecem metodologias diferenciadas para o ensino da Trigonometria, todas com foco em trazer inovações educacionais. Em que, Jürgensen (2019) propõe uma abordagem prática, na qual os alunos do 9º ano participam de atividades relacionadas ao cotidiano, como a resolução de problemas sociais e aprimoramento de estruturas, como a rampa de acesso para pessoas com deficiência. Essa metodologia é embasada na observação direta dos alunos, incluindo as respostas e reflexões por meio de questionários. Isso realça a importância de considerar o contexto social e a interação direta com os estudantes para um ensino eficaz.

Por outro lado, a proposta metodológica de Araújo (2017) adota a Modelagem Matemática, um método que muda o papel do professor no processo educativo, permitindo que os alunos liderem a aprendizagem. Ao implementar atividades investigativas e interdisciplinares, a abordagem visa promover a criatividade, a autonomia e a aquisição de conhecimento por parte dos estudantes. Isso mostra a relevância de envolver ativamente os alunos no processo educacional, garantindo que sejam agentes ativos no desenvolvimento do conhecimento.

Já Silva (2011) faz uma proposição de um ensino mais baseado em contextos históricos, sociais e culturais para o estudo da Trigonometria. Sua abordagem busca

construir os conceitos das razões trigonométricas e a análise de regularidades no triângulo retângulo. Essa metodologia, além de contemplar aplicações práticas,

destaca a importância da compreensão dos aspectos históricos e culturais para o ensino de Matemática.

Ao considerar essas metodologias, é evidente que cada uma apresenta vantagens únicas e complementares. Jürgensen (2019) destaca a importância da prática direta no contexto social, enquanto Araújo (2017) enfatiza a autonomia e liderança dos alunos na aprendizagem e Silva (2011) propõe uma abordagem mais contextualizada e histórica.

É notável que cada abordagem reforça a importância de tornar o ensino mais envolvente, prático e conectado ao mundo real. Isso reforça a relevância de uma educação matemática que vá além da sala de aula, promovendo o desenvolvimento de habilidades práticas e cognitivas, bem como o entendimento do contexto histórico e cultural dos conceitos estudados.

Além do mais, essas perspectivas demonstram o crescente interesse na comunidade educacional em reformular o ensino da Trigonometria, buscando estratégias mais dinâmicas, contextualizadas e orientadas para os alunos. Com isso, promove-se um ensino mais abrangente e engajado, garantindo não apenas a compreensão dos conceitos matemáticos, mas também sua aplicação em situações do mundo real, e o entendimento de sua relevância histórica e cultural.

3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo sobre o ensino da Trigonometria no 9º ano do Ensino Fundamental revela a importância de compreender as nuances desse tema na formação dos estudantes. O aprofundamento na análise da presença da Trigonometria na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e no Documento Curricular para Goiás (DC-GO) destaca a necessidade de ampliar as habilidades que são direcionadas para o desenvolvimento do aluno com base neste conteúdo curricular.

A presente pesquisa, conduzida com abordagem qualitativa, foi fundamentada em análises documentais e bibliográficas. Os documentos oficiais, BNCC e DC-GO, fazem recomendações superficiais sobre o conteúdo de Trigonometria e isso sugere

que o assunto não está recebendo a devida atenção no Ensino Fundamental. A exploração bibliográfica buscou referências e estudos sobre estratégias de ensino e materiais didáticos universitários para a compreensão efetiva da Trigonometria pelos alunos do 9º ano.

O estudo ressaltou metodologias interessantes para o ensino de Trigonometria como a proposta prática de Jürgensen (2019), focada em atividades ligadas ao cotidiano, reforça a importância de integrar problemas sociais no ensino da Trigonometria. A abordagem da Modelagem Matemática de Araújo (2017), que coloca os alunos como protagonistas do processo de aprendizagem, enfatiza a autonomia e a criatividade na assimilação dos conteúdos. Enquanto a perspectiva histórica e social de Silva (2011) destaca a importância da contextualização para a compreensão efetiva da Trigonometria.

Essas metodologias complementares demonstram a necessidade de uma abordagem multifacetada e inovadora no ensino da Trigonometria. É crucial adaptar as estratégias didáticas para atender às diferentes necessidades e estilos de aprendizagem dos alunos.

Assim, para aprimorar o ensino da Trigonometria no 9º ano, é fundamental integrar abordagens práticas, contextualizadas e historicamente fundamentadas. O uso de materiais manipuláveis e a incorporação de situações do dia a dia dos estudantes podem contribuir significativamente para a compreensão e aplicação dos conceitos trigonométricos.

Este estudo científico destaca a importância do papel do professor como um agente ativo na transformação social e no desenvolvimento dos estudantes. As estratégias propostas, juntamente com a revisão dos documentos curriculares, podem orientar melhorias significativas no ensino da Trigonometria no 9º ano, oferecendo bases sólidas para o avanço dos estudantes no campo da Matemática e além.

Esta pesquisa fornece subsídios para direcionar o ensino da Trigonometria, buscando torná-lo mais significativo, acessível e alinhado com as diretrizes curriculares, proporcionando um aprendizado mais eficaz e motivador para os alunos do Ensino Fundamental. A educação matemática continuará a evoluir, beneficiando-se de abordagens inovadoras e adaptadas à realidade dos estudantes, promovendo uma compreensão mais profunda da Trigonometria e seus contextos.

As considerações levantadas por esta pesquisa indicam a necessidade de práticas pedagógicas dinâmicas, contextualizadas e engajadoras no ensino da Trigonometria, oferecendo possibilidades para aprimorar a formação dos alunos no 9º ano, reforçando a relevância desse conhecimento para a educação matemática e o desenvolvimento dos alunos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, Gleycianne. **Modelagem Matemática no Ensino da Trigonometria**. Dissertação (Mestrado) - PROFMAT, Universidade Federal do Maranhão, São Luís-MA, 2017.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/historico/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site_110518.pdf Acesso em: 30/10/2023.

CORADO, Lucas Oliveira; BRAGA, Luciana Moreira. **As principais dificuldades apresentadas por alunos do Distrito Federal no processo de ensino-aprendizagem de Trigonometria**. Revista Outras Palavras, v. 18, n. 1, ano 2021, p. 84. Disponível em: <https://revista.faculdadeprojecao.edu.br/index.php/Projecao5/article/view/1802/1396>. Acesso em 29/10/2023.

GOIÁS. Secretaria de Estado de Educação. **Documento Curricular para Goiás - Ampliado (DC-GO)**, Volume III - Ensino Fundamental - Anos Finais. Goiânia-GO, 2018.

GONÇALVES, Rafael Marques. **A Trigonometria e a História da Matemática em sala de aula: uma experiência com a construção de instrumentos de navegação e do relógio de sol**. Trabalho de Conclusão de Curso. Curso de Licenciatura em Matemática. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre - RS, 2018.

JÜRGENSEN, Bruno Damien da Costa Paes. **“Lendo e escrevendo o mundo” com Matemática: estudando trigonometria com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental**. Bolema, Rio Claro (SP), v. 33, n. 65, p. 1400-1423, dez. 2019. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/VM8cT9HqJSxTWHYXkSS3V8j/?format=pdf&lang=pt>. Acessado em: 02/11/2023.

PIRES, Carlos Eduardo Moraes. **O ensino da trigonometria por meio de aulas práticas**. Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, 2016. Disponível em: <https://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/09/31052016Carlos-Eduardo-Moraes-Pires-uenf.pdf>. Acesso em 23 de Outubro de 2023.

HOMA, Agostinho Iaquan Ryokiti. SANTOS, Jonata Souza dos; **Trigonometria para o ensino fundamental e médio com a utilização das tecnologias digitais**. Universidade Luterana do Brasil – ULBRA, 2018. REMATEC. Disponível em: <https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/215/214>. Acesso em: 22 de Outubro de 2023.

SILVA, Maria Alcileide da. **Ensino da Trigonometria no 2º ano do Ensino Médio na Escola Melquíades Vilar no município de Taperoá-PB**. Trabalho de Especialização

em Educação Matemática para Professores do Ensino Médio. Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2011. Campina Grande – PB.

TARDIM, Junior de Souza. Livro Didático: **Perspectiva do Implemento de Tecnologias**. Cacoal, 2020. Trabalho de Conclusão de Curso - Licenciatura em Matemática. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Rondônia – IFRO. Disponível em:

<https://repositorio.ifro.edu.br/server/api/core/bitstreams/d4bc9d8c-98ef-4494-be08-95665edac78c/content>. Acesso em: 28/10/2023.